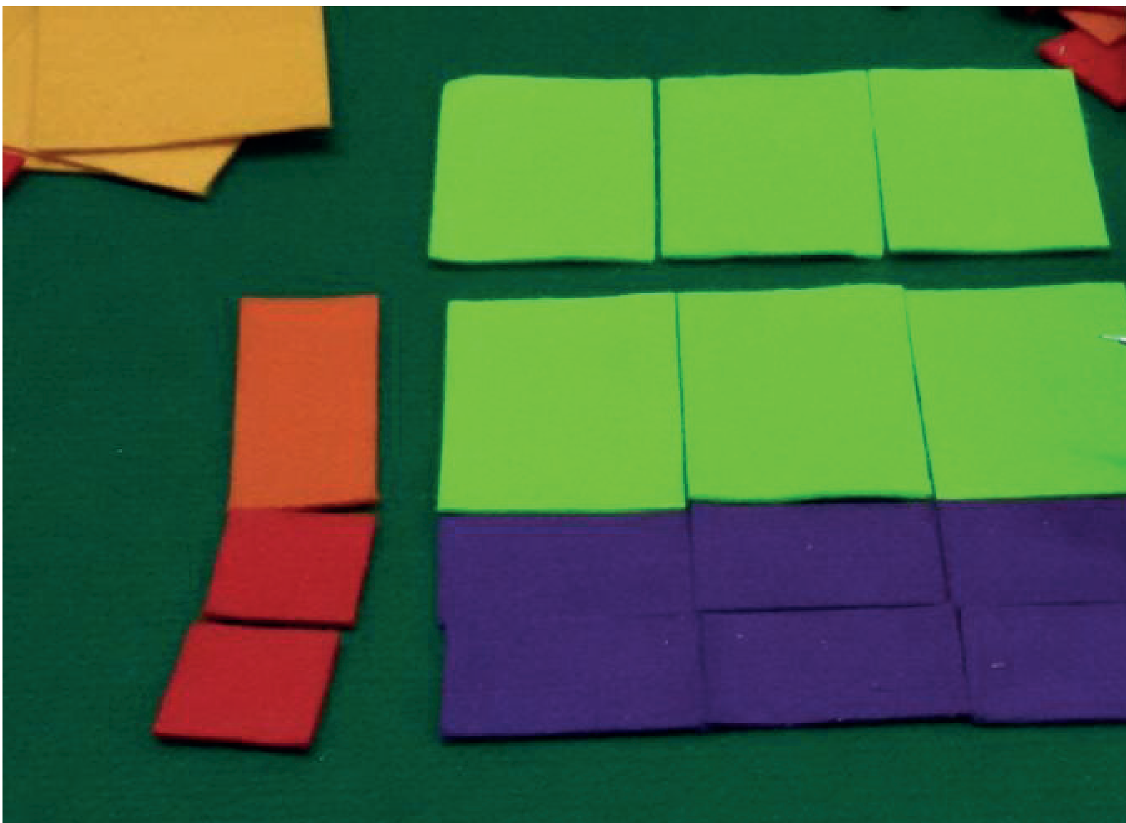
LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA DO IFES/VITÓRIA

HISTÓRIA E REFLEXÕES DE EXPERIÊNCIAS FORMATIVAS



Organizadoras

SANDRA APARECIDA FRAGA DA SILVA

DILZA CÔCO

Edifes

Laboratório de Ensino de Matemática do IFES/Vitória

História e reflexões de experiências formativas

Organizadoras
Sandra Aparecida Fraga da Silva
Dilza Côco

Laboratório de Ensino de Matemática do IFES/Vitória

História e reflexões de experiências formativas

Edifes
Vitória, 2021

Edifes

Editora do Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
R. Barão de Mauá, nº 30 – Jucutuquara
29040-689 – Vitória – ES
www.edifes.ifes.edu.br | editora@ifes.edu.br

Produção editorial
Revisão de texto: Thaís Rosário da Silveira
Projeto Gráfico: Assessoria de Comunicação Social do Ifes
Diagramação: Know-How Desenvolvimento Editorial
Capa: Romério Damascena
Imagem de capa: Acervo da autoria

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

L123 Laboratório de ensino de matemática do Ifes/Vitória : história e reflexões de experiências formativas / organizado por Sandra Aparecida Fraga da Silva e Dilza Côco. – Vitória, ES : Edifes, 2021.
1 recurso on-line : ePub ; il. col.

Vários autores.
ISBN: 978-65-86361-95-7 (e-book).

1. Matemática – Ensino. I. Silva, Sandra Aparecida Fraga da. II. Côco, Dilza. III. Grupo de Pesquisas em Práticas Pedagógicas de Matemática. IV. Instituto Federal do Espírito Santo. Campus Vitória. Laboratório de Ensino de Matemática. V. Título.

CDD 22 – 510.07

Bibliotecária Rossanna dos Santos Santana Rubim – CRB6-ES 403

DOI: 10.36524/9786586361957

Sumário

Prefácio

A publicação deste livro chega num momento oportuno para nós, educadores e professores de Matemática. A satisfação em lê-lo é comparável àquela que nós professores sentimos ao ouvir "eu adoro estudar Matemática" saindo da boca de crianças, adolescentes e jovens.

Apresentando experiências exitosas desenvolvidas no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), sob a coordenação das professoras Sandra Fraga e Dilza Côco, neste livro os autores e autoras mostram, de modo simples e brilhante, que ensinar e aprender Matemática pode se constituir em uma rica experiência de vida, pois o conhecimento matemático faz parte da existência humana, desvelando as profundezas e os mistérios guardados tanto na natureza, quanto na mente do ser humano.

Desde sua criação, no início da década de 1990, fruto do esforço de vários professores da antiga Escola Técnica Federal do Espírito Santo (ETFES), o LEM serviu como local de referência para o desenvolvimento de ações didático-pedagógicas que favorecessem o processo de ensino e aprendizagem. Sua criação, naquele contexto, possibilitou desfazer um equívoco a respeito do conhecimento matemático.

De fato, ao longo do século XX, essa ciência sempre foi tensionada por duas perspectivas epistemológicas: de um lado a que defendia um ensino a partir das experiências desenvolvidas por meio de atividades práticas e de resolução de problemas, entendendo "atividade" como princípio epistemológico; de outro lado, influenciado pelo Movimento da Matemática Moderna, a perspectiva de um ensino cuja centralidade estava no desenvolvimento da linguagem axiomática, valorizando o aspecto formal, lógico e abstrato.

Na década de 1980, esse conflito incomodava muitos professores, pois percebiam que a função do ensino de matemática não correspondia com o objetivo de formar os jovens numa perspectiva crítica. Assim, movidos pelos ares democráticos daqueles anos oitenta, professores de matemática de diversas Escolas Técnicas Federais, dos diferentes Estados da Federação, começaram a organizar encontros anuais com o intuito de debater e elaborar propostas para a melhoria do ensino de matemática, promovendo a troca de experiências e a reflexão sobre questões teórico-metodológicas pertinentes às especificidades do ensino profissional. Essas reuniões anuais, organizadas em formato de seminários, denominavam-se Encontro Nacional de Professores de Matemática das Escolas Técnicas Federais e Cefet's, também conhecidos por ENCONAMs.

Fruto desses seminários, a ideia da criação de um laboratório de ensino de Matemática aparece como uma ação que propiciaria o desenvolvimento de um ensino de matemática numa perspectiva crítica e relacionado à formação técnico-profissional.

Dessa forma, a partir da criação do LEM no início da década de 1990, tanto professores quanto alunos passaram a ver a Matemática em sua singularidade e universalidade, isto é, naquilo que é próprio de cada indivíduo e naquilo que é pertencimento de todas as pessoas. Assim, temas relativos ao conhecimento matemático passaram a ser problematizados a partir de diversas questões como etnomatemática, uso de tecnologias, importância da história na sala de aula, importância de materiais manipuláveis na sala de aula, atividades de estágio na formação de professores, práticas de ensino na educação de jovens e adultos, etc.

Atualmente, no Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes), o LEM ampliou sua função para além das atividades de ensino, trazendo para seu ambiente professores e alunos interessados em desenvolver ações de pesquisa, abordando temáticas presentes na sala de aula do Ensino Médio Técnico, da Licenciatura em Matemática, das Engenharias e do mestrado Educimat.

Por fim, penso que esta obra apresenta aos leitores a singular compreensão que ensinar e aprender Matemática vai muito além de uma prática caracterizada como "educação bancária", conforme salientou o educador Paulo Freire. Ou ainda, como afirma Ubiratan D'Ambrósio, ensinar e aprender Matemática pode ser muito prazeroso, desenvolvendo nas crianças e adolescentes o gosto pela descoberta, pelo raciocínio lógico, pela resolução de problemas, pela brincadeira com os números, pela beleza e estética do pensamento geométrico. As atividades apresentadas em cada capítulo deste livro retratam o quanto a Matemática possui de beleza, de ludicidade, de descobertas e também de prazer.

Boa Leitura.

Antonio Henrique Pinto

Apresentação

O presente texto é fruto de vários projetos desenvolvidos pelo Grupo de Pesquisas em Práticas Pedagógicas de Matemática – Grupem – e pelas organizadoras do presente livro junto ao Laboratório de Ensino de Matemática – LEM – do campus Vitória. Também traz ações desenvolvidas no projeto intitulado "Laboratório de matemática do Ifes/Vitória: atividades, reflexões e formação de professores", ocorrido entre 2015 a 2018 e financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Espírito Santo (Fapes), à qual desde já agradecemos o financiamento.

O artigo que abre o livro trata de um olhar sobre o memorial histórico do LEM, que no ano de 2019 fez três décadas de existência. Traz momentos importantes de implementação e constituição do LEM até ações desenvolvidas em 2017. Na sequência, trazemos algumas ações desenvolvidas pelo Grupem durante os anos de 2011 a 2017, mostrando como esse grupo de pesquisa esteve envolvido com ações de formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática, com ações junto ao Pibid, ao estágio, e com outros tipos de oficinas que foram desenvolvidas no LEM com alunos da educação básica de escolas da rede pública da Grande Vitória. O terceiro capítulo apresenta uma interação do estágio curricular supervisionado com oficinas oferecidas no LEM.

Os demais artigos que compõem o livro são relatos de experiências de mestrandos junto com os professores que organizaram a disciplina de Tópicos Especiais de Matemática, desenvolvida no LEM entre os anos de 2015 e 2017. A disciplina faz parte do currículo do Mestrado em Educação em Ciências e Matemática – Educimat. Essas oficinas foram realizadas utilizando materiais didáticos e jogos no LEM, ou a partir de produções desses materiais no laboratório. Convidamos alunos da educação básica de escolas públicas para visitarem o LEM e participarem dessas oficinas que foram realizadas nos segundos semestres desses anos. Após as oficinas realizamos sessões reflexivas e ampliamos as possibilidades formativas dessas ações.

Desejamos que os leitores possam conhecer a história do LEM e também algumas ações que foram desenvolvidas nesse espaço formativo.

Sandra Fraga e Dilza Côco

Capítulo 1

Laboratório de ensino de matemática do IFES – campus Vitória:

um caminhar de mais de três décadas

Sandra Aparecida Fraga da Silva • Dilza Côco
Lauro Chagas e Sá • Anna Christina Alcoforado Corrêa

Introdução

Este capítulo traz um memorial da história do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) – campus Vitória. Ao trazermos esta história, várias vozes se fazem presente, vozes dos professores idealizadores do projeto, dos primeiros envolvidos e dos autores, que atuam ou atuaram no laboratório nos últimos nove anos. Desde 2013 temos buscado fontes documentais, fotos e realizado conversas com professores que atuaram no LEM. Desse modo, nosso objetivo neste texto é apresentar um memorial histórico do LEM/Ifes/Vitória identificando modos de ação nesse espaço formativo.

Para identificar os modos de ação, precisamos compreender os significados que são atribuídos para um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) ou Laboratório de Matemática[1]. Aparecem, na literatura atual, significados relacionados a um lugar físico ou a um processo escolar. Quando considerado como lugar, refere-se a uma sala (ou outro local físico) para guardar materiais essenciais, tornando-os acessíveis às aulas, e nesse caso seria um depósito de arquivos e/ou instrumentos (LORENZATO, 2006). Como processo escolar, descreve um processo didático que se desenvolve de modo diferente daqueles realizados em aulas expositivas. Nessas ocasiões, o professor e os alunos têm mais liberdade para seleção de materiais e de métodos que

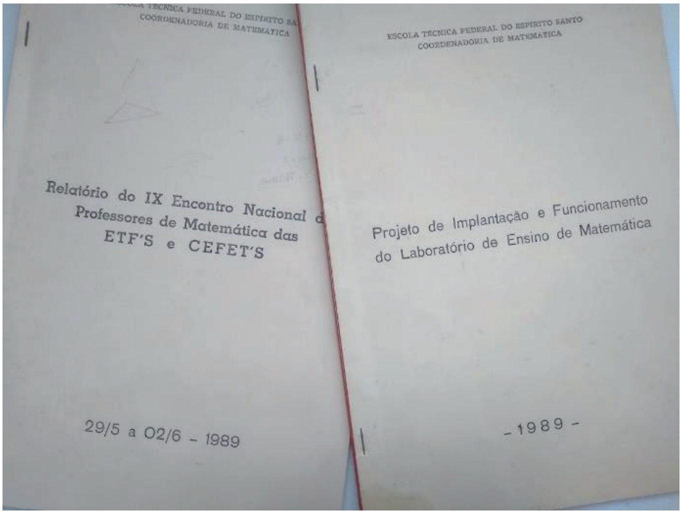
1 Existem várias denominações para o espaço de laboratório de matemática, dentre elas: Laboratório de Ensino de Matemática, Laboratório de Educação Matemática e Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática.

serão utilizados, e o trabalho com conhecimentos acontece por meio da interação entre o professor, o aluno e o material, em um trabalho colaborativo com vistas à descoberta para a aprendizagem significativa de conceitos e relações matemáticas. Dessa maneira, um laboratório de Matemática precisa ser considerado como uma "sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático" (FALQUETTO; SÁ, 2016, p. 1). Concordamos com Lorenzato (2006) quando afirma que um laboratório que ajude no ensino de matemática precisa ser mais que um depósito de materiais, sala de aula, biblioteca ou museu de matemática; precisa se configurar como um lugar no qual professores "estão empenhados em tornar a matemática mais compreensível aos alunos, é um espaço tanto para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir" (FALQUETTO; SÁ, 2016, p. 1).

O LEM do Ifes – campus Vitória tem seu projeto de fundação datado em 30 de agosto de 1989, sendo idealizado pelo grupo de professores de matemática atuantes na então Escola Técnica Federal do Espírito Santo (ETFES). Assim, já se passaram mais de três décadas de desenvolvimento de diferentes ações neste espaço formativo. Por esse motivo, retomamos histórias e memórias orais e escritas para compartilhar um pouco desse processo vivenciado por muitos professores e alunos que estudaram matemática nesse ambiente. A primeira autora do presente capítulo foi aluna da ETFES e participou de aulas no LEM entre os anos de 1992 e 1995. Essa mesma autora, de 2011 a 2017, já professora do Ifes, trabalhou na coordenação do LEM e, junto ao Grupo de Pesquisa em Prática Pedagógicas de Matemática (Grupem), desenvolveu e ainda desenvolve ações nesse ambiente formativo, tanto no âmbito da formação de professores como em diferentes oficinas pedagógicas que serão discutidas em capítulos posteriores. Os outros autores participaram dessas ações em diferentes momentos nesse período junto às ações do Grupem, seja como aluno da licenciatura, professor ou alunos do mestrado em Educação em Ciências e Matemática (Educimat).

Ressaltamos que os dados aqui apresentados são resultados de investigações de diferentes frentes do Grupem, desde 2013, sobre a história do LEM. Iniciamos com as pesquisas de iniciação científica de Sá (2014) intitulada "Práticas pedagógicas e atividades didáticas de matemática para o Ensino Médio no Laboratório de matemática" e Falquetto (2014) "Práticas pedagógicas e atividades didáticas de matemática para o Ensino Fundamental no Laboratório de matemática", que buscaram documentos e relatos de professores antigos para fazer um primeiro panorama da história do LEM. Nessa busca, encontramos o documento "Projeto de Implantação e Funcionamento do Laboratório de Ensino de Matemática" (CORRÊA, 1989a) que apresenta a proposta inicial do LEM. Além desse documento, também tivemos acesso: ao "Relatório do IX Encontro Nacional de Professores de Matemática das ETF's e CEFET's" (CORRÊA, 1989b), ao "Relatório de licença sabática" do professor Taciano F. Corrêa (1991) (Figura 1) e a um Relatório das Atividades do LEM. Esse "Relatório" está separado em relatórios organizados em dois períodos: o primeiro entre os anos de 1988 e 1992, e o segundo dos anos 1993 a 1994. Ainda inclui um plano de trabalho para o ano 1995, organizado pelos professores responsáveis pelo LEM na época e pelos coordenadores da matemática. A tese de Pinto (2006) também discute parte dessa história do LEM Ifes/Vitória. Além desses documentos e tese, foi realizado em 2014 uma roda de conversa como comemoração pelos "25 anos do LEM. Esse evento contou com a participação de alguns professores aposentados (idealizadores do laboratório), de professores da coordenadoria de matemática e de licenciandos de matemática. Esse momento foi gravado e utilizamos alguns enunciados como dados produzidos da pesquisa para a escrita deste trabalho.

Figura 1 – Capas dos documentos



Fonte: Arquivo próprio.

Segundo Pinto (2006) o projeto do laboratório já era desejo dos professores da ETFES antes da década de 1970. Esses inclusive tentaram conseguir um local para o laboratório, porém, somente com a realização do IX Encontro Nacional de Professores de Matemática das Escolas Técnicas Federais (IX Enconam), ocorrido em Vitória em 1989[2], é que a direção da ETFES se comprometeu em ceder uma sala para ser transformada em LEM. Diferentes professores nos relataram que realizaram um ato ousado, de apresentação do acervo dos materiais didático-pedagógicos já desenvolvidos por professores e alunos no pátio central da escola. Esse ato representou uma tentativa de pressão junto à direção para que a proposta fosse implementada. Segundo Pinto (2006, p. 157)

> Os professores recordam que, para apresentar aos professores das outras escolas tudo o que possuíam para o ensino da Matemática, eles espalharam pelo chão do pátio da escola os materiais e recursos didáticos (jogos, sólidos geométricos, maquetes, etc.). Naquela condição pouco confortável e esteticamente inadequada para uma instituição cujo diretor tinha o orgulho de proclamar como "uma das melhores entre as Escolas Técnicas Federais do País", os professores da Escola Técnica de Vitória apresentaram os materiais didáticos aos professores de Matemática que participavam do Enconam. No ano seguinte o projeto do laboratório de ensino de Matemática já estava sendo executado e começou a funcionar em 1990.

Assim, percebemos que o projeto de implementação data de 1989, mas somente no ano de 1991 é que inicia seu funcionamento com um espaço próprio. Além disso, o ato dos professores foi válido, visto que conseguiram um espaço para implementação do projeto idealizado.

Sá e Silva (2014), ao investigarem esses documentos e falas de professores sobre o LEM/Ifes/Vitória, notaram que sua utilização foi se modificando ao longo dos anos. Esses autores classificam as ações desenvolvidas no LEM e suas principais atribuições em três momentos distintos. Ressaltamos que essas datas são aproximadas e estão de acordo com os relatos dos professores envolvidos e os documentos que encontramos:

1º) Período de 1990 a 1995/96: O LEM é utilizado como espaço pelos professores de matemática para produção de material

---

2 Tivemos acesso ao Relatório do IX Encontro Nacional de professores de matemática das ETF's e CEFET's, evento ocorrido no campus Vitória entre os dias 29/05 a 02/06 de 1989. O relatório é datado de 10/10/1989 pelo professor Taciano Fernandes Corrêa, que era coordenador de matemática do ETFES e coordenador do IX Econam.

didático-pedagógico e realização de aulas de matemática para o ensino médio integrado da instituição, com o apoio de professor responsável pelo LEM e monitores. Era também aberto a alunos que tinham interesse em manusear ou jogar no contraturno para aprimorar ou reforçar seu conhecimento;

2º) Período de 1996 a 2007: O LEM fica disponível para os professores de matemática ministrarem aulas, para programação de atividades esporádicas. Passou a possuir um arquivo dos materiais produzidos. No final deste período, passou também a ser utilizado como sala de alguns professores da coordenadoria de matemática para planejamento de suas aulas;

3º) Período de 2008 até o presente momento: O LEM é inserido no projeto da licenciatura e começa a ter uma nova configuração. Passou a ser utilizado tanto como espaço utilizado por professores para realização de aulas, quanto por licenciandos de matemática do Ifes/Vitória e, em 2011, por mestrandos do Educimat, para estudos e realização de oficinas, por professores/pesquisadores para reuniões de planejamento, por grupo de pesquisas e reflexão do trabalho escolar e para oficinas e cursos de formação em projetos de extensão.

Ressaltamos que esse último período coincide com a mudança de Cefetes para Ifes, e com a nova proposta os institutos precisam atender ainda mais a tríade ensino, pesquisa e extensão. Em decorrência dessa mudança, percebemos que a criação do curso de licenciatura em Matemática, que completou 10 anos em 2018, e a do mestrado Educimat, iniciado em 2011, trouxe uma nova proposta ao LEM, ampliando sua importância na formação de professores. Na sequência, trazemos com mais detalhes alguns momentos dessa história do Lem a partir dos dados que coletamos ou produzimos.

O projeto de implementação e as primeiras ações

Conforme já citamos, o Laboratório de Ensino de Matemática teve seu projeto de implementação datado em 1989, porém, ao lermos os documentos que tivemos acesso, verificamos que a proposta já estava presente em discussões anteriores. Pinto (2006, p. 156) destaca que "a menção a um laboratório de Matemática já aparecia como proposta nos programas da disciplina de Matemática do curso Básico Industrial, na década de 1940". Porém, a concretização dessa proposta aconteceu somente 50 anos depois. No relatório das atividades do LEM de 1988 a 1992 (ETFES, 1995) vemos que os professores da coordenadoria de matemática se mobilizaram e iniciaram um movimento para a implementação do LEM. Segundo esse documento:

> No VIII Encontro Nacional de Professores de Matemática das Escolas Técnicas Federais – ENCONAM, ocorrido em Manaus-AM, em 1988, os professores Taciano Fernandes Correia e Oscar Luiz de Rezende apresentaram, como representantes da Coordenadoria de Matemática da ETFES, o "Projeto de Implantação e Funcionamento do Laboratório de Ensino de Matemática LEM" (ETFES, 1995, p. 3).

Notamos que foi um movimento fortalecido pelo ENCONAM, visto que em diferentes relatos eles apontam que esses encontros ajudaram diferentes escolas técnicas a discutirem a implementação de laboratórios de matemática. Não foi um movimento fácil de ser implementado, vemos isso na fala do professor Taciano:

> Trazer a ideia e convencer ao Departamento de Ensino da ETFES o que seria o LEM foi difícil. Eles entendiam que tinha que ser igual ao laboratório de física e química, com horários e calendário definidos. E a ideia era diferente, para pesquisar e desenvolver metodologias diferentes para ensinar a matemática (fala do Prof. Taciano no evento 25 anos de LEM, 2014).

Apesar desses desafios os professores que iniciaram esse movimento não desistiram. No relatório, fica claro que "em face da chegada do IX ENCONAM, que seria realizado nesta Instituição, quanto ao projeto pronto no papel, foram motivos suficientes para que todos os professores encampassem a ideia da criação do LEM" (ETFES, 1995, p. 3). Essa afirmação mostra a força que esse encontro dava para os professores que discutiam e refletiam sobre o ensino de matemática.

No relatório das atividades do Lem de 1988 a 1992 (ETFES, 1995), notamos que mesmo sem um local propício, que só foi organizado no segundo semestre de 1991, os professores iniciaram atividades. Segundo esse relatório, "em 1989, embora sem ambiente próprio, o projeto começou a ser implantado efetivamente na ETFES por meio de atividades desenvolvidas pelos professores da Coordenadoria de Matemática" (ETFES, 1995, p. 3).

Diferentes esforços foram realizados para a efetivação das ações do LEM, dentre elas a licença sabática do professor Taciano, que buscou pesquisar sobre o que e como poderia desenvolver ações no LEM, efetuou visitas a outros laboratórios e muitos estudos. Segundo o próprio professor Taciano:

> [...] a nossa contribuição para a melhoria do projeto se deve ao fato de que em abril de 1990, tivemos a oportunidade de fazer um MICRO-ESTÁGIO, no LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADES DE BRASÍLIA, sob a orientação da professora NILZA BERTONI. Durante o estágio tivemos a oportunidade de trabalhar junto com os alunos da UnB e como alunos (CORRÊA, 1991, p. 13).

Essas ações resultaram na proposta inicial, com professores escolhidos dentro do quadro de professores da coordenadoria de matemática, com carga horária destinada ao desenvolvimento de diferentes atividades (Figura 2). Segundo Pinto (2006, p. 157), a criação do LEM teve várias influências nas práticas pedagógicas, isso porque possibilitou uma mudança de postura: "Se, na sala de aula, o aprendizado era um processo eminentemente individual, no LEM esse ensino passou a se basear num trabalho coletivo". Esse movimento faz com que o laboratório de matemática se torne um espaço onde o acesso a diferentes materiais e, principalmente, a como utilizar esses materiais e como eles podem contribuir na construção de conhecimentos matemáticos é uma constante (LORENZATO, 2006).

Figura 2 – Espaço do LEM década de 1990

Fonte: Acervo da coordenadoria de Matemática.

Os professores que atuavam como coordenadores do LEM nesse período preparavam materiais e exercícios sobre diferentes assuntos. Quando os professores precisavam trabalhar um conteúdo específico pediam a esse professor coordenador do LEM para separar o material para que fosse utilizado em sua aula no LEM. Também estudavam juntos e planejavam diferentes atividades específicas para os cursos técnicos. Conseguiram também alguns monitores, que colaboravam com os professores coordenadores. Segundo a fala da professora Ana Lígia, "a expectativa da gente de uso do material lúdico era os alunos entenderem e gostarem da matemática, terem vontade de estudar" (fala Profa. Ana Ligia nos 25 anos do Lem, 2014). Essa preocupação também está presente na fala do professor Taciano:

> O que me deixou bastante gratificado foi perceber que, quanto ao funcionamento do LEM, o que propomos é no momento o mais certo, isto é, que os professores, alunos e/ou pessoas interessadas em matemática, principalmente na melhoria de seu ensino, tenham acesso fácil ao LEM, bem como, possam manipular, usar e/ou acrescentar do que dispomos hoje (CORRÊA, 1991, p. 10).

Ao concluir a licença sabática, o professor Taciano Corrêa aponta algumas reformulações ao projeto inicial de 1989. Essas propostas são decorrentes de seus estudos, viagens e contatos com outros professores e laboratórios, e com o que ele chamou de "microestágio" realizado no Laboratório de ensino de Matemática da Universidade Federal de Brasília, junto com a professora Nilza Bertoni, em 1990. Após argumentar e justificar sobre as principais reformulações necessárias no projeto inicial para o funcionamento do LEM, ele apresenta o seguinte esquema de trabalho:

> 1) Levantamento e catalogação de todos os materiais instrucionais que hoje a Coordenadoria de Matemática dispõe (sólidos, filmes, jogos, roteiros, etc.);
>
> 2) Desenvolvimento de uma pesquisa sobre como melhor utilizar cada material de que dispomos, com os objetivos de obtermos a curto prazo uma MÁXI-UTILIZAÇÃO destes materiais por todos os professores da área;
>
> 3) Desenvolvimento de pesquisa para confecção de materiais instrucionais, sobre assunto de Matemática que hoje não dispomos os materiais;
>
> 4) Pesquisa e Análise de todas as provas arquivadas na Coordenadoria de Matemática, separando por assunto e série, selecionando as questões, para que elaboremos um banco de exercícios e arquivemos em

> disquete, de modo que os professores da área tenham a sua disposição uma série de exercícios para aplicar aos seus alunos;
>
> 5) Elaborar um projeto de 3 (três) Cursos de Matemática, para serem aplicados na ETFES em épocas oportunas. Definindo número de horas, programa, número de pessoas por cursos, materiais instrucionais, etc. Os cursos que propomos são:
>
> MAT – 1 – Matemática Básica para alunos dos 1° anos;
>
> MAT – 2 – Matemática Complementar para alunos dos 4° anos;
>
> MAT – 3 – Matemática Aplicada e Instrumental para servidores da ETFES (Administrativos e professores);
>
> 6) Treinamento de MONITORES, para atender alunos da ETFES em suas dúvidas (CORRÊA, 1991, p. 18).

Em 1992, além dos professores serem designados para atuarem no LEM, foi organizada uma minibiblioteca com livros doados por professores (ETFES, 1995). No final desse ano, o LEM recebeu os mobiliários que proporcionou seu funcionamento. Tiveram oficinas com o professor Imenes, que também foi um grande incentivador para a criação do Lem. Segundo os relatórios, "[...] o espaço do LEM foi cedido à Prefeitura Municipal de Vitória, e o professor Luiz Márcio Imenes ministrou uma "Oficina de Matemática", com a participação de professores de nossa Coordenadoria" (ETFES, 1995, p. 4).

Figura 3 – Visita do Professor Imenes

Fonte: Acervo da coordenadoria de Matemática.

As diferentes ações desenvolvidas foram mobilizando outros professores e buscando atender às especificidades dos cursos. Pinto (2006) destaca que

> Naquele espaço, os professores poderiam desenvolver atividades que relacionassem o conteúdo de ensino de Matemática com as aplicações específicas de cada curso. Nesse sentido, o LEM estava estabelecendo ligações com a profissionalização, que não ocorriam nas salas de aula. No ensino de Geometria, por exemplo, os alunos de Edificações, Estradas e Agrimensura desenvolviam muitas atividades que envolviam conteúdos de áreas, volume, capacidade, medidas, etc., com a construção de sólidos geométricos, de maquetes e outros materiais. No curso de Eletrotécnica, por sua vez, no qual o estudo de variáveis complexas constituía um conteúdo central para o desenvolvimento dos demais assuntos, os alunos eram levados a "manipular" materiais didáticos que lhes permitiam "visualizar" a situação, o que poderia facilitar a sua aprendizagem. O professor Jaime Regatieri salienta: Com a criação do laboratório de Matemática aqui na escola, a gente fez um trabalho muito bom com os alunos, por exemplo, com o ciclo trigonométrico. Para o professor podem parecer simples aquelas coisas, mas, para os alunos, não é tão simples assim (PINTO, 2006, p. 157).

Notamos que essas ações foram se ampliando e, conforme os relatórios, sendo cada vez mais sistematizadas a partir de 1993. No relatório de 1993 a 1994 (ETFES, 1995), vemos diferentes ações, tanto na preparação de pessoal, no acompanhamento de monitores de matemática, como na preparação de material instrucional – diferentes materiais manipulativos, audiovisuais e listas –, alguns desses apresentados em eventos da própria ETFES. Também foram realizadas oficinas tanto para alunos (Figura 4) como para professores (Figura 5) e técnicos administrativos da ETFES. O comentário da professora Vânia aponta isso: "aconteciam cursos e oficinas abertas aos alunos. Eu gostava de lançar um desafio semanal de matemática e quem conseguia resolver o desafio eu colocava o nome no Mural" (Fala da Profa. Vânia nos 25 anos do LEM, 2014).

Figura 4 – Alunos trabalhando no LEM em 1992

Fonte: Acervo da coordenadoria de Matemática.

Figura 5 – Professoras da ETFES em formação

Fonte: Acervo da coordenadoria de Matemática.

Essas ações foram muito presentes na década de 1990. Porém, na década seguinte, houve algumas alterações e o Cefetes passou a atender ao ensino médio regular, sem ser técnico. Isso ocasionou um aumento da carga horária dos professores e a dificuldade de ter o coordenador do LEM com carga horária disponível para realizar as tarefas apontadas no projeto. Com isso, identificamos o segundo período apontado por nós. Assim, o espaço destinado ao LEM ficou disponível para os professores de matemática ministrarem suas aulas, para programação de atividades esporádicas. Porém, sem a coordenação de um ou mais professor(es), o LEM tinha um arquivo dos materiais produzidos que poderia ser utilizado pelos professores que desejassem. A professora Ana Ligia relatou no evento de 25 anos do LEM que esses materiais e o espaço do LEM foi muito importante quando foram implementados cursos técnicos integrados ao Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Jovens e Adultos (Proeja). No final desse período, ocorreu a mobilização e escrita do projeto do curso de Licenciatura em Matemática do campus Vitória, assim, o LEM passou também a ser utilizado como sala de alguns professores da coordenadoria de matemática para planejamento de suas aulas.

Reformulação a partir do início do curso de licenciatura e do mestrado

Em 2008, com a implementação do curso de licenciatura de matemática, o LEM se organiza num novo âmbito: atender não somente aos cursos técnicos e médios, mas também às novas demandas da licenciatura. Segundo o projeto intitulado “Biblioteca setorial para o curso de Licenciatura em Matemática” (PINTO; CADE, 2010)

> O curso de licenciatura em matemática do Ifes/Campus Vitória está em fase de implementação, indo para sua 3ª turma passando a ter, aproximadamente, 80 alunos regularmente matriculadas e com frequência nas 03 turmas hoje existentes. Por tratar-se de uma área de estudo historicamente perpassada por dificuldades de diversas naturezas (perfil sócio-econômico dos alunos, pouco status da profissão docente, etc..) os alunos necessitam de apoio institucional para enfrentarem as dificuldades, especialmente nos semestres iniciais.
> Nesse sentido, uma das maneiras de enfrentar as dificuldades é oferecer aos alunos algumas condições de permanência nas dependências da instituição, com possibilidade de acesso aos equipamentos de estudo (computadores, livros, etc..). (p. 1).

Com base nas informações obtidas nesse documento e junto ao coordenador da licenciatura da época, prof. Antonio Henrique Pinto, a profª. Márcia Cade ajudou a organizar uma biblioteca setorial em 2010, mais ampla do que a minibiblioteca que tinha desde 1992, incluindo obras voltadas para a formação de professores. O projeto intitulado “Biblioteca setorial para o curso de Licenciatura em Matemática”, que necessitou de uma reformulação do LEM de modo a atender a essa nova dinâmica, segundo o projeto

> A Biblioteca setorial, para atendimento às especificidades dos alunos do curso, será implantada num espaço da ante-sala do Lab. de Matemática. Este espaço deverá ser usado para consulta dos livros disponíveis e solicitação de empréstimo. Para isso, um bolsista deverá estar presente nos turnos matutino e vespertino (PINTO; CADE, 2010, p. 1).

A proposta era deixar a antessala do LEM para essa demanda. Com a implementação do curso de licenciatura, também houve a necessidade de adquirir alguns computadores para serem utilizados em aulas e para os alunos. Isso aconteceu no ano de 2010 e os licenciandos iniciaram a utilização do espaço do LEM para diferentes ações, inclusive para estudar e acessar o acervo da biblioteca setorial.

Outro fator que influenciou o uso e as modificações no LEM foi o início do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) no ano de 2010 e sua ampliação nos anos seguintes. O Pibid foi um projeto que influenciou muito a atuação de licenciandos no LEM, pois, ao trabalhar com escolas parceiras do Ifes e planejar diferentes oficinas, os licenciandos estudavam e produziam materiais para serem aplicados nas escolas. Além de produção de materiais, o Pibid utilizou o ambiente do LEM para realizar reuniões de planejamento (Figura 6), estudo e oficinas com licenciandos e professores da educação básica envolvidos desde 2010 até o presente momento (Figura 7). Algumas dessas ações podem ser analisadas nos diferentes materiais produzidos pelo Pibid, dentre eles o livro organizado por Silva, Pinto e Corrêa (2015). Esse programa também contribuiu para a ampliação do acervo do LEM, pois possibilitou a compra de jogos e materiais manipulativos.

Figura 6 – Reunião de planejamento Pibid

Fonte: Arquivo próprio.

Figura 7 – Oficina com licenciandos do Pibid

Fonte: Arquivo próprio.

De 2011 a 2017, a profª. Sandra Fraga coordenou o LEM e organizou algumas ações que foram desenvolvidas nesse espaço. Essas novas ações no LEM foram se ampliando e algumas dessas podem ser visualizadas nos dois capítulos seguintes do presente livro.

Para exemplificar, no ano de 2011, alguns licenciandos começaram a atuar no projeto Mais Educação e, com isso, começaram a receber alunos da educação básica de uma escola municipal no espaço do LEM para oficinas. Nos anos seguintes, várias oficinas foram desenvolvidas com os licenciandos e com alunos da educação básica, alguns do próprio Ifes e outros de escolas públicas da Grande Vitória.

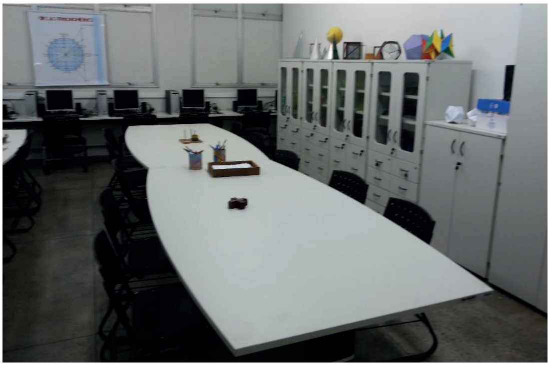
Alguns professores também passaram a utilizar o LEM para aulas da licenciatura (Figura 8) e do mestrado Educimat. Essas ações ampliaram a formação docente. Segundo Lorenzato (2006), os Laboratórios de Ensino de Matemática, quando instalados em instituições de ensino superior, além de incentivarem a melhoria da formação inicial e continuada de educadores de matemática, promovendo a integração das ações de ensino, pesquisa e extensão, possibilitam estimular a prática da pesquisa em sala de aula.

Figura 8 – Licenciandos em aulas de geometria

Fonte: Arquivo próprio.

No segundo semestre do ano de 2012, o instituto passou por uma reforma estrutural em alguns espaços. Solicitamos melhorias para o LEM, o que foi contemplado no projeto de reforma. Em 2013, foram recebidos novos mobiliários o que permitiu melhor atender as demandas da formação de professores. Na imagem a seguir (Figura 9), percebemos o LEM na sua atual organização de mobiliário.

Figura 9 – Espaço do LEM após reforma em 2013



Fonte: Arquivo próprio.

A cada ano que se sucedeu nesses mais de 10 anos de Licenciatura em Matemática, várias ações foram desenvolvidas no Lem, ampliando sua atuação na formação de professores, tanto inicial como continuada, e em ações com alunos da educação básica. A professora Sandra Fraga coordenou diferentes pesquisas realizadas junto ao Grupem, algumas delas financiadas, como o projeto "Formação docente e atividades em laboratório de matemática: construções e reflexões", entre os anos de 2013 a 2014 – estudo que teve por objetivo geral analisar conhecimentos docentes em formação de professores que ensinam matemática e atividades didáticas desenvolvidas no laboratório de matemática LEM/Ifes campus Vitória, financiado pelo próprio instituto e que teve diferentes iniciações científicas vinculadas. Outro projeto foi o "Laboratório de matemática do Ifes/Vitória: atividades, reflexões e formação de professores", desenvolvido de 2015 a 2018 e financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Espírito Santo (Fapes), que ampliou o acervo de materiais e equipamentos do LEM, bem como investigou o que estava sendo produzido nesse espaço formativo. Esse projeto teve por objetivo geral analisar atividades/materiais didáticos e a formação de professores que ensinam matemática em propostas desenvolvidas no laboratório de matemática LEM/Ifes – campus Vitória.

Em comemoração aos 25 anos do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) do Ifes, campus Vitória, foi realizado um evento em 29 de agosto de 2014. Nesse evento especial, aconteceram uma exposição de materiais didático-pedagógicos de matemática para os alunos do Ifes (Figura 10) e uma Roda de Conversa (Figuras 11 e 12), aberta ao público. Convidamos o professor Taciano Fernandes Côrrea, que elaborou e implementou o Projeto do LEM, e outros professores, como as professoras Ana Lígia e Vânia, que atuaram no desenvolvimento de ações desse laboratório. Foi um momento rico em troca de experiências e discussão sobre o processo de constituição, implementação e desenvolvimento do LEM enquanto espaço formativo. Participaram desse momento, além dos professores convidados, professores da coordenadoria de matemática e licenciandos.

Figura 10 – Visita ao LEM nos 25 anos

Fonte: Arquivo próprio.

Figura 11 – Roda de conversa LEM

Fonte: Arquivo próprio.

Figura 12 – Professores convidados para roda de conversa 25 anos LEM

Fonte: Arquivo próprio.

A partir de 2017, outros professores da Coordenadoria em matemática assumiram a coordenação do LEM, continuando a organização de diferentes ações junto aos outros professores da Coordenadoria de matemática e aos licenciandos.

Considerações do movimento histórico do LEM

Entendemos que o Laboratório de ensino e aprendizagem de matemática torna-se um espaço privilegiado de ensino e aprendizagem (LORENZATO, 2006) que permite a integração entre licenciandos, mestrandos e professores da Graduação e da Pós-Graduação e entre alunos e professores da rede pública de ensino. Construções e reflexões sobre processos de produção, desenvolvimento e avaliação de materiais para aulas de matemática constituem-se espaços para diferentes aprendizagens e formação docente. Esse movimento pode ser visto neste capítulo que trouxe um olhar sobre o movimento histórico do LEM.

Compactuamos com Lorenzato (2006) quando destaca que os cursos de licenciatura devem propiciar, além do contato com diversos materiais de ensino, reflexões sobre como utilizar correta e adequadamente esses diferentes materiais didáticos. Os futuros professores precisam vivenciar experiências que os ajudem a verificar que são possíveis mudanças de estratégias e métodos de intervenção, cooperação, reflexão e análise de modos de ensinar e aprender: o LEM constitui-se de um espaço propício para esse fim. A produção e análise de materiais deve ser uma constante nos cursos de licenciatura. O uso adequado desses materiais pode propiciar aprendizagens e contribuir para a superação de dúvidas conceituais, tanto dos próprios envolvidos como também dos alunos que iremos trabalhar. Lorenzato (2006, p. 10) afirma que

> O material deve estar, sempre que necessário, presente no estudo didático-metodológico de cada assunto do programa de metodologia ou didática do ensino da matemática, pois conteúdo e seu ensino devem ser planejados e ensinados de modo simultâneo e integrado.

Alguns autores, como Turrioni (2004), investigam o laboratório de matemática na formação inicial e como esse pode e deve ser designado para o desenvolvimento profissional e para a formação do professor pesquisador, por meio de atividades desenvolvidas como projetos de pesquisa interagindo futuros professores e professores experientes para aprenderem juntos. Defendemos que os trabalhos desenvolvidos no LEM nos seus diferentes momentos ressaltam a importância da curiosidade e da necessidade de trabalhar em um espaço formativo adequado para ensinar matemática.

Esse processo de mais de três décadas ainda precisa ser retomado. Necessitamos ampliar com outros grupos de pesquisa e com os atores desse movimento do LEM mais contribuições desse espaço formativo para a formação humana, tanto de alunos como de professores e futuros professores. Não tínhamos a intenção de contar toda a história, mas apresentar alguns pontos importantes desse movimento de criação e ampliação das ações desenvolvidas no LEM durante a sua existência. Desejamos que este texto possa mobilizar outros colegas para ampliarmos essa busca e o recorte desse movimento do memorial histórico desse espaço formativo.

Referências

CORRÊA, T. F. **Projeto de implantação e funcionamento do Laboratório de Ensino de Matemática.** Escola Técnica Federal do Espírito Santo, Coordenadoria de Matemática, 1989a.

CORRÊA, T. F. **Relatório do IX Encontro Nacional de Professores de matemática das ETF'S e CEFET'S.** Escola Técnica Federal do Espírito Santo, Coordenadoria de Matemática, 1989b.

CORREA, T. F. **Relatório Licença Sabática**. Departamento de Matemática da Universidade Federal do ES. Vitória, 1991.

FALQUETTO, J. M.; SÁ, L. C. Iniciação à docência no laboratório de ensino de matemática: planejamento, realização e reflexão de práticas pedagógicas de matemática de ensino médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2016. **Anais...** São Paulo, 2016.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Org.) **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006, p. 3-38.

PINTO, A. H. **Educação matemática e formação para o trabalho**: práticas escolares na Escola Técnica de Vitória – 1960 a 1990. Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. 2006.

PINTO, A. H.; CADE, M. S. **Projeto Biblioteca Setorial para o Curso de Licenciatura de Matemática**. Ifes, 2010.

SÁ, L. C. e; SILVA, S. A. F. Contribuições do Laboratório de Ensino de Matemática do Ifes/Vitória para planejamento, realização e reflexão sobre práticas pedagógicas de matemática de ensino médio. In: JORNADA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, DESENVOLVIMENTO TECNOLÓGICO E INOVAÇÃO DO IFES, 9., 2014. **Anais**...Vitória- ES, 2014.

SILVA, S. A. F.; PINTO, A. H.; CORRÊA, A. C. A. (Org.). **Iniciação à docência em aulas de matemática**: experiências do PIBID/ IFES Campus Vitória. Vitória: Editora do IFES, 2015.

TURRIONI, A. M. S. **O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores.** 2004. Dissertação (mestrado). Universidade Estadual de São Paulo, Rio Claro, 2004.

Capítulo 2

Ensino, pesquisa e extensão no campo da formação docente:

algumas ações no laboratório de ensino de matemática do IFES – campus Vitória

Dilza Côco • Sandra Aparecida Fraga da Silva

Introdução

A rede federal de ensino no Brasil é constituída por várias instituições, dentre elas os Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia. Destacamos que essa denominação inicia a partir da promulgação da lei 11.892/2008, conhecida como Lei dos Institutos Federais (IFs)[1]. Por meio desse instrumento legislativo identificamos avanços na garantia de direitos de acesso à educação, considerando a ampliação de unidades de ensino em diferentes regiões brasileiras. Conforme levantamento realizado por Turmena e Azevedo (2017), o número de unidades dos institutos federais até o ano de 2016 chegava ao quantitativo de 580. Em relação ao estado do Espírito Santo, a partir de 2008, foram ampliadas de 12 para 22 unidades distribuídas em todas as microrregiões do estado, configurando assim um processo de interiorização da rede federal e fomento ao desenvolvimento local.

Outro elemento importante da implementação da Lei dos Ifs refere-se ao aspecto da indução à verticalização da atuação dos institutos federais. Nessa direção ocorreu uma nova dimensão de atuação quando esses passaram a ofertar cursos em nível de graduação e pós-graduação. No campo da formação de professores o Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) inaugura suas atividades no mesmo ano de promulgação da Lei de 2008, com a oferta do curso de Licenciatura em Matemática, no campus Vitória. Ao longo do tempo outras licenciaturas foram criadas

1 Embora essa Lei seja relativamente recente a origem dos Institutos Federais inicia com o decreto 7.566/1909, editado por Nilo Peçanha, que definia a criação das escolas de aprendizes e artífices com o objetivo de oferecer educação profissional para jovens da classe popular.

como os cursos de Letras (presencial e a distância), Química, Física, Geografia, Pedagogia, Biologia etc.

Em relação à Pós-Graduação stricto sensu, o Ifes inicia a oferta de vagas em 2011 com a aprovação, junto à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat). Posteriormente registramos a aprovação de outros cursos, o Mestrado profissional em rede na área de Letras (ProfLetras), o Mestrado profissional em Ensino de Humanidades (PPGEH) e o Mestrado Profissional na área de Educação Profissional e Tecnológica (ProfEPT). Essas várias iniciativas consolidam o Ifes como um novo lócus de formação docente no contexto capixaba.

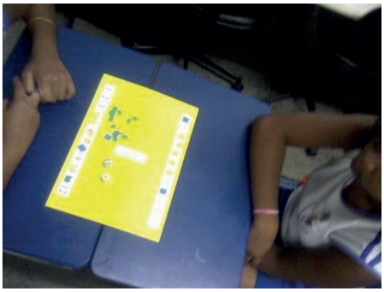
Nesse cenário de iniciativas de oferta de cursos em nível de graduação e pós-graduação, notamos o incremento de ações que articulam as dimensões do ensino, pesquisa e extensão, especialmente devido à criação de vários grupos de estudos e pesquisas. Para detalhar esse movimento, privilegiamos neste capítulo análises relacionadas a ações desenvolvidas por um dos grupos de pesquisa do Ifes, o Grupo de Pesquisa em Práticas Pedagógicas de Matemática (GRUPEM), coordenado pelas autoras deste texto. Essas análises têm por objetivo sinalizar de que modo as ações do Grupem contribuem para consolidar a atuação do Ifes no campo da formação docente e atender as prerrogativas delimitadas pela lei 11. 892/2008. Assim, organizamos este texto em três partes para explicitar a história de surgimento do Grupem e sua atuação no campo da formação de professores.

Ações de ensino, pesquisa e extensão no contexto do grupem: o início de uma trajetória

A criação do Grupo de Pesquisas em Práticas Pedagógicas de Matemática (Grupem) do Ifes/campus Vitória ocorreu no ano de 2011, e foi motivada inicialmente pelas demandas de licenciandos de matemática que atuavam em programas governamentais na escola de educação básica (Mais Educação e Escola de Tempo Integral). Naquele momento os licenciandos envolvidos nos referidos programas sentiam necessidade de dialogar sobre desafios encontrados para realizar o trabalho pedagógico junto aos alunos. Também buscavam parcerias com os professores do curso de licenciatura que pudessem colaborar para a organização de espaços coletivos de planejamento, organização e avaliação de ações pedagógicas, realizadas por eles nas diferentes escolas.

Para atender essas demandas, as coordenadoras do Grupem organizaram encontros semanais com os licenciandos interessados em estudar e discutir questões didático-pedagógicas de matemática no intuito de apoiar a sistematização de ações intencionais de ensino. Esses encontros de estudos coletivos ocorriam no espaço do Laboratório de Matemática (LEM) do Ifes/campus Vitória e eram permeados de dúvidas e proposições dos participantes. Com o desenvolvimento das discussões e acompanhamento das ações pedagógicas foi possível ampliar as parcerias entre escolas públicas e o Ifes. Essas parcerias podem ser traduzidas como iniciativas de extensão, pois os licenciandos realizavam oficinas pedagógicas de matemática no LEM uma vez por semana, com grupos de alunos do projeto Mais Educação. Nessa relação de parcerias, as escolas ficavam encarregadas de organizar transporte e lanche para os alunos, e os licenciandos do Ifes eram responsáveis por realizar o planejamento, a seleção dos materiais/recursos, as ações de ensino e a avaliação das propostas das oficinas (Figuras 1 e 2).

Figura 1 – Alunos jogando Cubra 12



Fonte: Dados de pesquisa do Grupem, 2013.

Figura 2 – Alunos jogando contig60

Fonte: Dados de pesquisa do Grupem, 2013.

Os licenciandos notavam que a participação dos alunos e o envolvimento nas tarefas/jogos, propostos nas oficinas realizadas no LEM, eram mais intensos e produtivos. Avaliavam que essa repercussão positiva poderia ser devido ao LEM apresentar condições favoráveis ao ensino e aprendizagem, como recursos de Datashow, computadores e materiais manipulativos diversos, além de ambiente climatizado. Esse interesse e a participação ativa dos estudantes sinalizam ainda a pertinência das propostas didáticas planejadas a partir das discussões coletivas do Grupem.

Essas experiências de oficinas pedagógicas com alunos da rede pública integrados aos programas Mais Educação e Escola de Tempo Integral foram ampliadas com a inserção de licenciandos que atuavam no Programa de Bolsas de Iniciação à docência (Pibid), no subprojeto de matemática[2]. Esses licenciandos também demonstravam necessidades similares às dos de outros programas, pois ao serem demandados a realizarem ações pedagógicas nas escolas, buscavam apoio dos professores coordenadores para planejar, discutir, estudar e organizar o ensino.

Esses dados evidenciam que alguns programas governamentais que articulavam a relação entre instituição de ensino superior e escola de educação básica produziram movimentos interessantes de parceria, colaboração e relação com o conhecimento matemático e pedagógico, como aconteceu no Ifes/campus Vitória. Nessa dinâmica os sujeitos se desenvolveram de modo coletivo, pois professores e futuros professores aprenderam a ensinar melhor contribuindo para o desenvolvimento profissional docente. Os estudantes, por sua vez, tiveram oportunidade de participar de ações educativas sistematizadas, por meio de oficinas, que tinham o objetivo de democratizar conceitos matemáticos produzidos pela humanidade.

Para além dessas iniciativas vinculadas aos programas governamentais, o LEM passou a integrar o processo formativo dos licenciandos de modo regular e crescente em atividades desenvolvidas em disciplinas curriculares do curso de Licenciatura em Matemática do Ifes. Desse modo, entendemos que a concepção de laboratório de ensino de matemática a partir de 2011 articulava as dimensões do ensino e da formação docente. Assim, o LEM pode ser entendido como um centro de discussão e desenvolvimento de novos conhecimentos “[...] contribuindo para o desenvolvimento profissional dos futuros professores” (TURRIONI, 2004, p. 62).

É importante reafirmar ainda que a abertura do Educimat, em 2011, trouxe novas demandas para o LEM, especialmente para a dimensão da pesquisa. A partir dessa etapa de integração com a pós-graduação, registramos várias ações de pesquisa na área de formação

---

2 Esse subprojeto do Pibid, no período de 2011 a 2017, foi coordenado pelos professores Dra. Sandra Aparecida Fraga da Silva e Dr. Antonio Henrique Pinto.

inicial e continuada de professores da educação básica, além de disciplinas e outras ações que articulam a tríade ensino, pesquisa e extensão. Na próxima sessão desse texto, iremos explorar dados relativos a essas ações.

Ações do grupem na formação inicial e continuada de professores de matemática

O Ifes – campus Vitória tem consolidado ações importantes no campo da formação de professores. Considerando os vários cursos de licenciatura, especialmente na área de Matemática, os professores vinculados ao Grupem atuam de forma contínua em várias disciplinas desse curso. Dentre essas destacam-se as disciplinas de estágio curricular supervisionado I e II, direcionadas ao ensino fundamental. Salientamos que essas disciplinas promoveram, a partir de 2011, várias ações em pareceria com escolas da rede pública de ensino. Como indicamos, muitas delas foram desenvolvidas por meio de oficinas pedagógicas realizadas no LEM ou com materiais desse laboratório em diferentes salas de aula.

Para o desenvolvimento dessas oficinas assumimos o conceito de atividade pedagógica como elemento central de reflexão. Realçamos que esse conceito agrega a dimensão do ensino e da aprendizagem em uma perspectiva dialética. Segundo Moura (2000), compreender a atividade de ensino nessa vertente nos ajuda a entendê-la como unidade de formação entre os sujeitos envolvidos. A atividade de ensino impacta tanto o professor como o aluno, "ela vai produzir uma mudança nessa realidade por meio de uma ferramenta simbólica. Isso implica a definição de objetivos, por quem ensina [...] é uma necessidade de fazer com que determinados sujeitos se apropriem de certos conhecimentos" (MOURA, 2000, p. 31). Esse processo implica em troca de significados, mas que são diferentes sujeitos participantes do processo.

Moura (2000, p. 32) destaca que "as ações para a formação inicial do professor, que se deve convencer do valor de um conteúdo escolar, são diferentes da ação a ser desenvolvida para convencer um aluno da importância da sua aprendizagem". Na formação, precisamos mostrar a importância de ensinar determinado conteúdo, já no ensino precisamos ajudar o aluno a compreender o significado social do conteúdo trabalhado. Esses motivos se misturam, mas precisam ser explorados de maneira diferente. Além disso, o professor precisa pensar em ferramentas simbólicas que irão ajudá-lo a modificar a realidade a partir de sua atividade pedagógica. No estágio, vemos que os licenciandos estão trabalhando nos dois polos, pois estão realizando atividade de estudo e precisam pensar em atividades de ensino, o que modifica a relação deste sujeito com o objeto que ensina. Compreendemos assim que a atividade

> [...] é do sujeito, é problema, desencadeia uma busca de solução, permite um avanço do conhecimento desse sujeito por meio do processo de análise e síntese e lhe permite desenvolver a capacidade de lidar com outros conhecimentos a partir dos conhecimentos que vai adquirindo à medida que desenvolve a sua capacidade de resolver problemas. A atividade é desse modo um elemento de formação do aluno e do professor. Um se modifica ao trocar significados; o outro, a partir da criação de novas ferramentas para favorecer a aprendizagem, revê objetivos educacionais, conteúdos e estratégias de ensino num processo contínuo de avaliação de seu trabalho (MOURA, 2000, p. 35).

Compreendemos que essa atividade de ensino precisa estar presente em discussões teórico-práticas de licenciandos e que “o contexto do estágio pode caracterizar-se como um momento especial para a regulação da atividade profissional dos licenciandos” (DIAS; SOUZA, 2017, p. 196). Estes precisam se apropriar de uma nova maneira de olhar a escola, o conhecimento e o trabalho do professor. Precisam entender que a ação do professor é ampla e requer um novo olhar para o fazer docente, precisa de planejamento, reflexão, compreensão de como os alunos aprendem, de ferramentas e materiais que possam auxiliar nesta compreensão e de avaliar continuamente suas ações.

Nesse sentido, Dias e Souza (2017, p. 190) apontam que “o momento do estágio tende a propiciar uma manifestação de relações novas entre os conteúdos vistos nas disciplinas de formação e a atual realidade escolar”. Essas autoras ainda destacam que “[...] nessa fase, o licenciando percebe a necessidade de lidar com uma complexidade de elementos inerentes aos chamados conteúdos específicos e pedagógicos” (DIAS; SOUZA, 2017, p. 190). Essa complexidade precisa se estabelecer na dialética e “evidencia a necessidade de explicitar por que o estágio é teoria e prática e não teoria ou prática e, muito menos, a prática da teoria” (SILVA; CEDRO, 2015, p. 4).

Com base nessa fundamentação, recortamos ações dos anos 2015 a 2017 realizadas no estágio supervisionado conforme descrito no quadro 1.

Quadro 1 – Ações de ensino na regência e o local onde foram desenvolvidas

	Licenciandos envolvidos em ações de ensino			
Ano	**Em escolas de EF**	**Em escolas de EF com materiais do LEM**	**Realizadas no espaço do LEM**	**Total de estagiários**
2015	06 (43%)	03 (21%)	05 (35%)	14
2016	04 (44%)	01 (12%)	04 (44%)	09
2017	03 (16%)	04 (23%)	11 (61%)	18
Total	13 (32%)	08 (19%)	20 (49%)	41

Fonte: Dados da disciplina de estágio curricular supervisionado

Notamos pelos dados do quadro 1 que as ações realizadas no contexto do LEM ganham espaço crescente nas ações formativas do estágio e que podem ser confirmadas pelas imagens a seguir (Figuras 3 e 4):

Figura 3 – Oficina pedagógica no LEM

Fonte: Dados do estágio, 2017

Figura 4 – Oficina pedagógica no LEM com alunos da EJA

Fonte: Dados do estágio, 2017

Nessas oficinas os licenciandos foram envolvidos na atividade pedagógica e participaram de relações de ensino que estimularam aprendizagens diversas da docência. Aprendizagens essas que foram desencadeadas desde o momento de definição dos conteúdos a serem explorados. Desse modo, passam a ter questões a serem resolvidas: como planejar e organizar o ensino de modo que o aluno aprenda? Quais recursos utilizar? Qual a sequência das ações? Como avaliar a aprendizagem dos alunos a partir da proposta da oficina? Tais questões e outras motivam os licenciandos a agirem em função das demandas de ensino. No percurso desse processo, buscam auxílio com os demais acadêmicos e professores do curso, bem como dialogam com os professores regentes das turmas, pesquisam fontes, analisam materiais, sistematizam a proposta, ou seja, estudam e por isso se desenvolvem como docentes. Para visualizar esse movimento de formação, passamos a apresentar episódios formativos produzidos a partir dessas interações. Tratamos os dados a partir da noção de episódio conforme proposições de Moura (2004), que diz:

> Os episódios podem ser frases escritas ou faladas, gestos e ações que constituem cenas que podem revelar interdependência entre os elementos de uma ação formadora. [...] Pode ser que uma afirmação de um participante de uma atividade não tenha impacto imediato sobre os outros sujeitos da coletividade. Esse impacto poder estar revelado em outro momento em que o sujeito foi solicitado a utilizar-se de algum conhecimento para participar de uma ação no coletivo (MOURA, 2004, p. 276, grifos do autor).

Essa noção de episódios nos possibilita olhar os dados produzidos e verificar indícios do movimento de formação e aprendizagem da docência. Para evidenciar tais indícios selecionamos dados de licenciandos que atuaram na realização das oficinas (quadro 2).

Quadro 2 – Episódios sobre Atividades de ensino e aprendizagem docente

Acadêmico 1 (2016) – Não foi possível seguir por completo o planejamento, pois algumas etapas que havia planejado não foram cumpridas. Como exemplo posso citar a resolução dos problemas no quadro pelos alunos e, posteriormente, as discussões sobre essas resoluções com a turma, etapa inviabilizada pela falta de tempo. Uma das maiores dificuldades que percebi é como conseguir dar atenção necessária a todos os alunos na elucidação das dúvidas que vão surgindo.
Acadêmico 2 (2017) – Por estar mais familiarizada com esse conteúdo [áreas de figuras planas] fez com que tivesse mais confiança nas minhas explicações. A segunda parte da oficina se tornou mais difícil de explicar. Talvez porque achei que os alunos conseguiriam seguir o raciocínio do desenvolvimento de cada um dos produtos notáveis abordado inicialmente de forma algébrica e depois exemplificando com números, mas não foi como esperávamos. O professor orientador do estágio sugeriu começar com um exemplo particular e logo generalizar. tal modificação durante a oficina gerou um bloqueio e insegurança em mim de como explicar. [...] A insegurança tomou conta e não me permitiu desenvolver como na primeira parte da oficina. Por termos que modificar a forma de abordar essa parte, minha impressão é que os alunos não conseguiram assimilar

como se obtêm os produtos notáveis a partir de figuras planas, mas acho que eles compreenderam o sentido da oficina, já que por várias vezes foi indicado que o que eles estão estudando pode ser demonstrado geometricamente tal como os antigos matemáticos faziam para a resolução de equações. [...] Na terceira parte os alunos já estavam cansados e não se interessaram em aprender outra forma de resolver produtos notáveis a não ser da forma mais simples e rápida que tinham aprendido em sala de aula, por meio do algoritmo.

Acadêmico 3 (2017) – A quantidade de alunos presentes (24) foi uma surpresa, porque não houve aula na escola e eles só levantaram cedo para participar da nossa regência. Cada aluno recebeu duas folhas de papel sulfite, um compasso, um lápis e um esquadro. As borrachas foram compartilhadas porque não houve quantidade suficiente para todos. Era hora de começar, a gente ensaia em casa e na frente do espelho, volta e conversa com o colega e ainda sim o frio na barriga é grande quando são os alunos e professores na nossa frente. O meu colega, parceiro no estágio, já queria começar falando do compasso, daí lembrei que pelo nervosismo do momento a gente nem havia se apresentado direito, então eu fui e nos apresentei e agradeci a presença de todos. A primeira tarefa era sobre o uso do compasso, muitos alunos não sabiam como manusear e então deixamos eles tentarem fazer circunferências em uma das folhas, aos poucos todos conseguiram fazer e se empolgavam em fazer várias.

Fonte: Dados das autoras

Os dados narram encontros dos licenciandos com os estudantes, na condição de futuros professores em situações de ensino. Nesses dados notamos enunciados que pontuam desafios, reflexões e aprendizagens docentes dos acadêmicos. Ao experimentar o lugar da docência e objetivar o planejamento idealizado, tiveram oportunidade de analisar potencialidades e lacunas das suas propostas pedagógicas. Nas interações com os estudantes, os acadêmicos constataram a insuficiência dos seus conhecimentos acerca do ensino, o que confirma os indicativos de Dias e Souza (2017) sobre o estágio. Caraça (1951, p. 199) realça que esse processo sinaliza que “Para cada exigência nova que aparece, é uma insuficiência antiga que se descobre, é uma barreira que tem de se derrubar”.

Assim, inferimos que os licenciandos, ao serem envolvidos em uma situação nova como a realização das oficinas pedagógicas, tomaram consciência de suas qualidades, mas também de suas fragilidades. No relato do acadêmico 1, ele reconhece que teve dificuldades de atender as dúvidas dos alunos. O acadêmico 3 enuncia que enfrentou situações inesperadas e que afetaram o desenvolvimento da proposta de ensino planejada. Ao observar que os estudantes tinham dificuldades para manusear e utilizar os instrumentos como régua e compasso, teve que fazer ajustes para superar tal desafio e poder progredir nas tarefas de ensino. Esses inesperados trouxeram reflexos para o dimensionamento do tempo e impactaram as expectativas sobre a evolução do trabalho pedagógico. São novos conhecimentos da docência a partir da tentativa de solucionar problemas, conforme indica Moura (2000). O extrato do acadêmico 2 também deixa entrever que, ao tentar explicar o conceito de produtos notáveis, observa que precisava de maior domínio do conteúdo para explicar com mais clareza aos alunos. Indica que foi tomada pela sensação de insegurança, o que talvez tenha colaborado para não alcançar plenamente o objetivo proposto da ação. Todas essas compreensões advindas da relação com o coletivo dos estudantes, revelam uma nova ou outra qualidade para os conhecimentos docentes dos licenciandos (LOPES, 2009).

Essa dinâmica interlocutiva entre os sujeitos realça que o LEM funciona como espaço tempo de formação humana, bem como possibilita a integração com a comunidade em geral, ou seja, viabiliza encontros entre professores, futuros professores e alunos da escola pública. Esses encontros permeados de aprendizagens também acontecem na dimensão da formação continuada, em especial com docentes que atuam na infância. Por meio de cursos de extensão, o Grupem promove ações formativas que envolvem a tríade ensino, pesquisa e extensão e atendem professores da rede pública interessados em compreender de modo mais aprofundado questões teórico-práticas sobre alguns conteúdos de matemática.

Essas propostas foram/são formuladas em parceria com mestrandos do Educimat, licenciandos de Matemática e professores do Grupem, estruturando desse modo iniciativas coletivas e articuladas com as demandas de professores da rede pública. Em cada edição da oferta dos cursos organizados pelo Grupem, temos acumulado dados que demonstram o interesse dos professores em estudar e refletir sobre o trabalho educativo. Nesse sentido, listamos algumas das ações desenvolvidas pelo Grupem (Quadro 3).

Nesses cursos foram atendidos em média 20 professores por edição, oportunizando encontros para estudos coletivos presenciais e a distância, participação em oficinas didáticas e apresentação de relatos de experiências. Para visualizar tais ações apresentamos alguns registros (Figuras 5 e 6).

Quadro 3 – Cursos de extensão ofertados pelo Grupem

Ano	Curso	Nº de inscritos
2015	Geometria nos anos iniciais	110 professores
2015	Literatura infantil e grandezas e medidas	160 professores
2016	Significados de frações	154 professores
2017	Conceito de Multiplicação e divisão	542 professores

Fonte: Dados do Grupem

Figura 5 – Curso de extensão

Fonte: Dados de ação de extensão, 2017

Figura 6 – Cursistas esclarecendo dúvidas conceituais

Fonte: Dados de ação de extensão, 2017

É importante situar que o princípio do diálogo permeia todo o processo formativo, onde dúvidas, modos de compreensão e relatos ganham relevância e fomentam novos olhares. Para explicitar essa dinâmica, contemplamos neste texto enunciados de cursistas participantes do curso de 2017 (quadro 4) ofertado pelo Grupem.

Quadro 4 – Episódios de formação continuada

Professora 1: Consegui desenvolver várias atividades propostas no curso. Descobri que alguns alunos não realizam determinadas atividades por não compreenderem o processo de construção de determinados conceitos. Na multiplicação e divisão não tiveram tantas experiências de construção dos conceitos envolvidos ao longo dos anos escolares. Sendo assim ao se introduzir o algoritmo formal antes de compreender os conceitos, se torna um grande equívoco.
Professora 2: A forma como eu enxergava a matemática e a maneira de conduzir a mediação/intervenção no processo de ensino aprendizagem do

meu aluno, tenho um outro olhar agora. Anteriormente eu não aceitaria determinadas respostas do meu aluno ao aplicar uma avaliação e hoje sei que existem várias formas de representar o raciocínio matemático.

Professora 3: Os meus conhecimentos matemáticos foram muito ampliados em relação aos novos conhecimentos e descobertas matemáticas que foram apresentados. Trouxe um novo aporte teórico e principalmente um novo direcionamento para uma proposta intencional de atividades.

Professora 4: Apliquei muitas atividades que observei durante o curso, entre elas, apliquei atividades envolvendo a Gelosia, Reta Numérica, o vídeo “Uma encomenda na hora errada”, também utilizei a situação problema de “Luer e seu foguete”, além disso, o que mais coloquei em prática foram as diferentes ideias da Multiplicação e da Divisão através de situações problemas, de modo a garantir que os alunos compreendessem a ideia por trás de cada problema, que conseguissem interpretar o mesmo, sem precisar me perguntarem “é de vezes ou de dividir?”. E logo no início, isso foi uma dificuldade, pois os alunos não tinham o costume de ler e interpretar, já queriam saber qual “conta” fazer. E a partir do momento que indiquei que eles lessem e relessem a situação problema até chegarem à interpretação e depois a resposta, isso causou neles um desconforto, pois não conseguiam ler e entender. Porém, depois de várias tentativas (erradas e corretas), muita prática, e com minhas intervenções (sem dar a resposta), ficou mais fácil eles criarem o costume de tentar entender a ideia do problema, e não apenas a pergunta. Uma descoberta é que, através dessa prática nas aulas de matemática, a interpretação de alguns alunos em outras disciplinas melhorou.

Fonte: Dados do curso ofertado pelo Grupem em 2017

Esses enunciados pontuam reflexões das professoras cursistas indicando que as propostas e discussões desenvolvidas no curso de extensão de 2017 foram importantes para organizar e realizar o trabalho educativo. Nessa perspectiva, a atividade de ensinar exige que o professor tenha conhecimento aprofundado de um determinado assunto e do movimento histórico de constituição dele para que o objetivo do seu trabalho seja alcançado, ou seja, contribuir com a aprendizagem dos estudantes e intervir em seu desenvolvimento. Assim, a formação do professor pode ser compreendida como processo que possui uma unidade dialética entre atividade de ensino e atividade de estudo, pois o professor aprende para ensinar e ao ensinar possibilita que o estudante aprenda.

Sobre essa unidade dialética, Moura (2012) nos mostra que é na atividade pedagógica que encontramos a síntese desses elementos. Para ele, o professor ao organizar de maneira intencional situações de ensino encontra motivos para estudar, pois quanto mais conhece o assunto a ser ensinado poderá encontrar ou criar uma melhor forma de mediar os conhecimentos aos estudantes com vista à constituição do pensamento teórico. Desse modo, a motivação para o estudo do professor encontra sintonia com o objetivo do trabalho. Nesse caso, realiza um trabalho imaterial, porque o resultado de sua ação "[...] revela-se na promoção da humanização dos homens, na consolidação de condições facilitadoras para que os indivíduos se apropriem do saber historicamente sistematizados pelo gênero humano" (MARTINS, 2015, p. 4).

Na formação continuada esses motivos de diferentes professores se unem a partir de relações sociais que são estabelecidas num movimento de interlocução. Desse modo, notamos que ações de formação se constituem como formas de apropriações de experiências sociais, num processo educativo contínuo "que pode ocorrer consciente e outras vezes inconscientemente, direta ou indiretamente, intencional ou não intencionalmente" (FRANCO; LONGAREZI, 2011, p. 561). Percebemos, porém, que quando este processo é intencional e consciente o professor, junto com seus pares, se apropria desses conhecimentos teóricos e de suas formas de desenvolvimento e realiza uma relação direta entre teoria e prática, tornando o movimento formativo como um processo coletivo.

> Sendo a educação um processo coletivo, é no compartilhar que o docente tem a oportunidade de apropriar-se de novos conhecimentos, pois, embora as ações possam ser de cada um daqueles que concretizam uma determinada atividade, a aprendizagem não acontece no que cada um deles faz de forma isolada, mas na interação entre sujeitos ou entre sujeitos e objetos. Assim, faz-se necessário que as ações sejam desenvolvidas por todos, mas que cada um tenha não só a oportunidade, mas o comprometimento de participar (LOPES et al., 2016, p. 25).

Nesse âmbito, o professor precisa compreender que no processo formativo na perspectiva Histórico-Cultural sua ação precisa organizar-se a partir de sua atividade principal, seu trabalho, sua atividade de ensino. Essa atividade não pode ocorrer de forma alienada, pois a ação do professor está diretamente ligada com o conhecimento (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2016). Compreendemos que essa discussão acerca do trabalho do professor em sua Atividade de Ensino é necessária para pensarmos a formação docente, pois, segundo Moura (2012):

> Estar em atividade de ensino, implica, portanto, em ser consciente na ação de ensinar. Isto é, implica em intencionalidade da ação educativa. Consciência que é, acima de tudo, a de ser pertencente a uma comunidade cuja ação tem por finalidade propiciar a apropriação da cultura humana, ou mais objetivamente, a apropriação de ferramentas simbólicas capazes de permitir aos sujeitos os meios necessários para viverem plenamente em sociedade (MOURA, 2012, p. 185).

Essa responsabilidade pela intencionalidade das ações de ensino sinaliza ao professor que a atividade de mediação dos conhecimentos científicos demanda a compreensão do seu movimento histórico-lógico de constituição. Desse modo, a partir de questões advindas da natureza de seu trabalho, o professor necessita apropriar-se do conceito que deseja ensinar, em sua dinamicidade histórica manifestada na produção cultural e não apenas em sua forma mais acabada. Essas pontuações indicam a importância de espaços de formação coletivos como os instaurados pelo Grupem no espaço do LEM, onde o docente tenha possibilidade de aprimorar conhecimentos e dialogar com seus pares sobre as especificidades do processo de ensino.

Além dessas ações de formação inicial e continuada, as líderes do Grupem ainda desenvolvem disciplina específica sobre o ensino no Laboratório de Matemática e suas implicações para o processo didático. Essa disciplina integra o percurso formativo do Educimat e possibilita adensar experiências de pesquisa, ensino e extensão, pois os mestrandos também realizam oficinas pedagógicas com alunos da rede pública. Tais experiências serão detalhadas e apresentadas em capítulos que compõem este livro.

Referências

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Fotogravura Nacional, 1951.

DIAS, M. da S.; SOUZA, N. M. M. de. A atividade de formação do professor na licenciatura e na docência. In: MOURA, M. O. de (Org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria Histórico-Cultural.** São Paulo: Edições Loyola, 2017, p. 183-210.

FRANCO, P. L. J.; LONGAREZI, A. M. Elementos constituintes e constituidores da formação continuada de professores: contribuições da teoria da atividade. **Educação e Filosofia.** Uberlândia, v. 25, n. 50, p. 557-582, jul./dez. 2011.

LOPES, A. R. L. V. **Aprendizagem da docência em Matemática**: o clube de Matemática como espaço de formação inicial de professores. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2009.

LOPES, A. R. L. V. et al. Trabalho coletivo e organização do ensino de matemática: princípios e práticas. **Zetetiké.** FE/Unicamp & FEUFF, v. 24, n. 45, p. 13-28, jan/abr-2016.

MARTINS, L. M. **A formação social da personalidade do professor**: um enfoque vigotskiano. Campinas, SP: Autores Associados, 2015.

MOURA, M. O. de. **O educador matemático na coletividade de formação**: uma experiência com a escola pública. Tese de livre docência. Universidade de São Paulo, Faculdade de Educação, São Paulo, 2000.

MOURA, M. O. de. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora. In: BARBOSA, R. L. (Org.). **Trajetórias e perspectivas da formação de educadores**. São Paulo: Editora Unesp, 2004, p. 257-284.

MOURA, M. O. Espaços de aprendizagens e formação compartilhada. **Revista de Educação PUC-Campinas**, Campinas, n. 18, p. 91-97, junho 2005.

MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D. de; CARVALHO, A. M. P. de. **Ensinar a ensinar**: didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Cengage Learning, 2012.

RIGON, A. J.; ASBAHR, F. da S. F.; MORETTI, V. D. Sobre o processo de Humanização. In: MOURA, M. O. de (Org.). **A atividade pedagógica na Teoria Histórico-Cultural**. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2016.

SILVA, M.; CEDRO, W. L. O planejamento compartilhado das ações pedagógicas: a aprendizagem da docência do professor de Matemática. **Anais**. 37ª Reunião Nacional da ANPED, 2015.

TURMENA, L., AZEVEDO, M. L. N. de. A expansão da rede federal de Educação Profissional, Ciência e Tecnológica: os Institutos Federais em questão. **Revista Diálogo Educacional**, v. 17, n. 54, jul./set. 2017.

TURRIONI, A. M. S. **O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores.** Mestrado (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2004.

Capítulo 3

O LEM e o estágio supervisionado:

ações e reflexões na docência[1]

Alexandre Krüger Zocolotti • Dilza Côco
Sandra Aparecida Fraga da Silva • Ariel Wesley Soares

Introdução

A formação inicial do Professor de Matemática ocupa, no cenário de pesquisas, um espaço de destaque. Nas duas últimas décadas, o número de publicações cresceu de forma significativa, o que mostra parte do esforço feito pela comunidade acadêmica para tentar compreender esse processo. Pensamos que esses esforços já apresentam resultados importantes pois avançamos, por exemplo, na ideia de que para que ser Professor de Matemática não basta apenas saber matemática. Em alguns cursos ainda não superamos o modelo "3+1", mas em outros pelo menos já vislumbramos propostas de interligação entre os conhecimentos "matemáticos" e "pedagógicos", antes colocados em polos opostos e sem qualquer comunicação (ZOCOLOTTI, 2010).

Durante o Fórum de Licenciaturas de Matemática, realizado na cidade Campo Grande, em junho de 2017, uma das temáticas postas em discussão foi a necessidade de fomentar ações que envolvam a articulação entre teoria e prática na formação inicial do Professor de Matemática. Cabe destacar que não se trata de "aprender na prática", mas sim de aprender com a prática, de modo que situações vividas pelos licenciandos sejam analisadas, por eles e por seus professores, à luz da teoria. Nesse sentido, o texto que apresentamos mostra resultados de uma articulação entre teoria e prática a partir do uso do

1 Este texto é uma continuação de dois outros sobre o mesmo assunto: "Laboratório de matemática e estágio supervisionado: espaço tempo de aprendizagens da docência" (CÔCO; SILVA, 2017) e "Reflexões de contribuições do laboratório de matemática na formação docente" (SOARES; ZOCOLOTTI, 2018), apresentados nas referências do texto.

Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) por alunos do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes, campus Vitória, em atividades de regência de aula durante a disciplina Estágio Supervisionado II.

A licenciatura em matemática no IFES – campus Vitória

O curso de Licenciatura em Matemática do Ifes, campus Vitória, completou, em 2018, dez anos de existência. Criado a partir de discussões coletivas coordenadas por professores vinculados à Educação Matemática, o curso surgiu numa época em que o processo de formação de Professores de Matemática, região metropolitana da cidade de Vitória, capital do Estado do Espírito Santo, estava concentrado tradicionalmente no âmbito da Universidade Federal do Espírito Santo (UFES).

As discussões feitas por aqueles profissionais acabaram sendo consolidadas em uma proposta de formação em que a relação entre teoria e prática se tornou um princípio orientador que marca disciplinas específicas e pedagógicas ao longo de todo o curso. Desse modo, hoje, a relação entre teoria e prática, busca constante dos docentes que ao longo dos últimos dez anos atuaram em disciplinas do curso, permite que licenciandos conheçam e vivenciem experiências no ambiente da Educação Básica. Dentre as atividades desenvolvidas, destacamos aquelas realizadas de forma sistematizada (planejamento, desenvolvimento, avaliação) e reflexiva em três cenários distintos:

- nas disciplinas de Estágio Supervisionado;
- no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), programa no qual o curso possui subprojetos desde 2013;
- no Programa de Residência Pedagógica, subprojeto implementado a partir de agosto de 2018.

Essas possibilidades de atuação nas escolas de Educação Básica permitem que os licenciandos vivenciem situações didáticas envolvendo conflitos, dúvidas e escolhas de opções metodológicas de ensino. A inserção também permite que observem diferentes estratégias didáticas, analisando sua adequação, bem como conheçam complexidades inerentes às relações de ensino. Enfim, eles se formam no processo de apropriação de diferentes conhecimentos que compõem o trabalho pedagógico.

Destacamos que as discussões que apresentamos neste texto envolvem aprendizagens docentes a partir de ações didáticas ligadas à disciplina de Estágio Supervisionado II realizadas no LEM. Para um leitor pouco familiarizado com o termo, ouvir ou ler a expressão "Laboratório de Matemática" pode soar estranho. Normalmente o termo "Laboratório" traz à memória imagens de experimentos de Física ou Química sendo realizados em um espaço reservado. Também é comum lembrar-se de uma sala com bancadas repletas de microscópicos que são utilizados para análises durante as aulas de Biologia. Por isso, julgamos pertinente esclarecer, primeiro, a ideia por trás do termo "Laboratório de Matemática". Trata-se de um ambiente propício à investigação e à reflexão por meio da realização de experiências que integrem teoria e prática (LORENZATO, 2006). Nessa mesma perspectiva, compreendemos que o Laboratório deve ser entendido como o espaço formativo onde se criam condições para o desenvolvimento de ações levantar problemas, hipóteses, analisar resultados e, também, criar possibilidades de propor novas situações.

Por isso, entendemos o LEM como um espaço intencionalmente organizado para favorecer o ensino de Matemática, dispondo de materiais especializados, e que termina por se constituir como um lugar de práticas formativas de futuros professores envolvendo atividades de pesquisa, ensino, planejamento, estudos e produção de materiais didáticos. Essas compreensões a respeito do LEM e sua relação com a formação de professores podem ser verificadas em proposições de Lorenzato (2006), Turrioni e Perez (2006), Passos, Gama e Coelho (2007), Rodrigues e Gazire (2015), Cedro e Moura (2004) e, Lopes (2009), dentre outros que dedicam atenção a esse debate.

As ações que analisaremos aqui foram registradas por meio de filmagens, fotografias e instrumentos escritos produzidos pelos participantes. Cabe realçar que neste texto exploramos dados de um período específico, de 2015 a 2017; contudo, trata-se de uma pesquisa mais ampla iniciada no ano de 2012. O acesso a outros dados da investigação pode ser encontrado em publicações como Côco e Silva (2015a), Côco e Silva (2015b), Santana, Mattiuzzi e Côco (2015) e Côco (2016).

Aporte teórico metodológico da pesquisa

Os conhecimentos envolvidos no trabalho docente, bem como suas aprendizagens, podem ser discutidos a partir de diferentes referências teóricas. Neste texto, realizamos um aprofundamento de estudos de pressupostos desenvolvidos pela abordagem Histórico-Cultural, elaborados por Vigotski e seus colaboradores.

O diálogo com esses referenciais nos possibilita entrever o fenômeno da aprendizagem docente a partir da ideia de movimento impulsionado pelas demandas e necessidades do trabalho pedagógico. Nesse sentido, a atividade de ensino é concebida como núcleo das relações educativas e do desenvolvimento dos sujeitos participantes. O professor ou futuro professor, ao organizar o ensino de forma intencional e sistematizada com o objetivo de gerar situações desencadeadoras de aprendizagem, sente necessidades. Essas necessidades podem ser pensadas em termos do domínio dos conteúdos que serão ensinados, escolha dos recursos didáticos para abordá-los, observação das características dos estudantes e das condições objetivas da ação didática. Além disso, também precisa elaborar estratégias para avaliar o processo de apropriação dos conhecimentos, ou seja, sua atividade principal (trabalho) está permeada de aspectos que o coloca em ação, em movimento físico e psíquico. Essas proposições apresentam conexões com Moretti e Moura (2011, p. 443) quando afirmam que

> O professor, movido pela sua necessidade, encontra-se em atividade de ensino antes, durante e depois de seu encontro com os alunos na sala de aula. Oscilando entre momentos de reflexão teórica e ação prática, e complementando-os simultaneamente, o professor vai se constituindo como profissional por meio de seu trabalho docente, ou seja, da práxis pedagógica.

Desse modo, a atividade de ensino em suas diferentes etapas pode levar ao desenvolvimento do professor. Mas não estamos nos referindo a qualquer ensino, e sim a ações que promovem o desenvolvimento autônomo dos estudantes e possibilitam a apropriação de conceitos científicos. Nascimento e Moura (2012), baseados em Davidov (1988), afirmam que o ensino deve privilegiar a abordagem dos conhecimentos numa perspectiva conceitual que favoreça a constituição do pensamento teórico. Integrado a esses referenciais, Moura et al. (2010) nos apresentam a proposição da atividade orientadora de ensino (AOE) como fundamento da atividade pedagógica. Para estes autores esse conceito constitui

> [...] um modo geral de organização do ensino, em que seu conteúdo principal é o conhecimento teórico e seu objeto é a constituição do pensamento teórico do indivíduo no movimento de apropriação do conhecimento. Assim, o professor, ao organizar as ações que objetivam o ensinar, também requalifica seus conhecimentos, e é esse processo que caracteriza a AOE como unidade de formação do professor e do estudante (MOURA et al., 2010, p. 100-101).

A atividade de ensino mobiliza professores e estudantes ao estudo. Assim, tem condições de se apropriar das formas mais elaboradas de conhecimento o que favorece o desenvolvimento psicológico e da consciência de ambos. Esse desenvolvimento é potencializado em situações coletivas e colaborativas de planejamento conforme discutido na pesquisa de Cedro (2008) e Lopes (2009). As pesquisas desses autores, assim como a nossa, foram desenvolvidas com licenciandos de matemática em atividades de estágio supervisionado. Os dados produzidos por Cedro (2008) e Lopes (2009) mostram que o planejamento e a reflexão coletiva das situações de ensino são formativas porque permitem aos licenciandos analisarem diferentes elementos e complexidades que integram o trabalho docente, reconfigurando motivos e significados para a ação educativa.

Apreender o movimento dessas mudanças de compreensão dos licenciandos em relação à concepção do trabalho docente exige uma abordagem de pesquisa qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Nesse tipo de abordagem o pesquisador está implicado no processo e estuda o fenômeno no seu acontecer natural. Tal preceito metodológico coaduna com nossas ações de pesquisa, porque acompanhamos e dialogamos com os licenciandos no período de todas as etapas do estágio supervisionado no ensino fundamental, desde a fase de observação até a realização do planejamento e desenvolvimento das oficinas pedagógicas realizadas no contexto do LEM do Ifes, campus Vitória, ou a partir de seu acervo de materiais. A materialidade do fenômeno das aprendizagens docentes nesse contexto é predominantemente de natureza verbal (oral ou escrita), considerando que os sujeitos manifestam suas compreensões por meio da linguagem. Assim, a noção de enunciados, desenvolvida por Bakhtin (2003), torna-se importante, pois acessamos compreensões de licenciandos quando estes publicam suas ideias e conhecimentos a respeito da docência por meio de enunciados plenos e carregados de sentidos.

No próximo tópico apresentamos vários extratos de enunciados que sinalizam, para nós, episódios formativos (MOURA, 2004) que explicitam uma nova qualidade dos significados atribuídos pelos licenciandos ao trabalho pedagógico e suas implicações para as ações de planejamento, organização e desenvolvimento das oficinas pedagógicas. A seleção desses episódios tem o intuito de compreender o movimento de formação e apreensão dos conhecimentos da docência.

Aprendizagem da docência e laboratório de ensino de matemática

No contexto da formação inicial de professores de matemática, mais especificamente vinculado ao estágio curricular supervisionado do Ifes/campus Vitória, a existência do LEM permite estabelecer relações mais próximas entre a instituição formadora e as escolas de educação básica. Essas relações inicialmente são viabilizadas por ações de observações e coparticipações dos licenciandos em aulas de matemática em turmas do ensino fundamental. Desse modo, iniciam uma aproximação com os sujeitos da escola e passam a compreender demandas e desafios inerentes ao ensino e à aprendizagem da matemática. A partir desse período, consolidam condições para fazer articulações com os professores regentes no sentido de organizar e planejar as oficinas pedagógicas. Essas articulações precisam colocar em realce os conteúdos a serem contemplados nas oficinas, que são definidos em parceria com os regentes.

Para visualizar esse movimento de formação, passamos a apresentar episódios formativos produzidos a partir dessas interações. Tratamos os dados a partir da noção de episódio conforme proposições de Moura (2004) que diz:

> Os episódios poderão ser frases escritas ou faladas, gestos e ações que constituem cenas que podem revelar interdependência entre os elementos de uma ação formadora. Assim, os episódios não são definidos a partir de um conjunto de ações lineares. Pode ser que uma afirmação de um participante de uma atividade não tenha impacto imediato sobre os outros sujeitos da coletividade. Esse impacto poderá estar revelado em um outro momento em que o sujeito foi solicitado a utilizar-se de algum conhecimento para participar de uma ação no coletivo (MOURA, 2004, p. 276, grifos do autor).

Essa noção de episódios nos possibilita analisar experiências didáticas de licenciandos. Para evidenciar alguns indícios selecionamos inicialmente dados de dois licenciandos que atuaram em conjunto em uma turma de 6ª ano do ensino fundamental. No relatório do Vicente encontramos enunciados como:

> Já participo do PIBID há algum tempo mas durante as observações das aulas na turma que realizei o estágio tive a oportunidade de ter uma conversa com um aluno sobre a vida dele fora da escola e neste momento pude perceber como a vida de cada um que está ali influencia diretamente em cada aluno, de forma a ajudar ou atrapalhar seu aprendizado. Conversei com um aluno e soube de suas dificuldades, o que ele já passou nos últimos cinco anos de estudos (reprovou 4 vezes, uma na 5ª série e três na 6ª) relacionado com sua vida pessoal, a dificuldade em casa e com o irmão. Essa oportunidade me mostrou algo que foi o que mais me marcou durante este período. [...] me fez perceber que um professor precisa conhecer bem o seu aluno, entender o porquê um aluno possa estar desmotivado, porque não realiza as atividades ou tarefas, porque reprova, porque não aprende e porque continua ali. [...] **Não penso agora que alguns não são capazes, mas percebi que apesar de serem crianças, alguns passam por situações que até um adulto teria dificuldades em lidar.** Agradeço a oportunidade de ter esse contato e assim passando a ter uma nova visão. (VICENTE, 2015).

Esse extrato mostra alterações no modo de compreensão do licenciando a respeito das atitudes e reações dos alunos. Durante a disciplina de estágio Vicente explicitou que na experiência do PIBID eram disponibilizadas várias listas de exercícios para os estudantes como tarefa de casa, mas eles não faziam e eram desinteressados. A partir dessa fala, propomos como uma das tarefas do estágio a aproximação com um aluno para conhecer de forma mais específica sua história e realidade de vida com o objetivo de entender melhor suas interações no contexto escolar. Diante dessa demanda, os enunciados de Vicente nos sinalizam que ele reconfigurou suas percepções indicando uma nova qualidade sobre o modo de compreender a reação dos alunos diante das propostas de ensino.

Em outra parte do seu relatório Vicente pontua reflexões sobre aprendizagens desenvolvidas a partir da experiência de planejar e desenvolver uma aula com materiais manipulativos que integravam o acervo do LEM. Em parceria com a professora regente, definiu que o conteúdo a ser trabalhado em sua ação de ensino seria a classificação dos sólidos geométricos.

> Conforme nosso planejamento, separamos a turma em 5 grupos para que cada grupo fizesse uma classificação com os sólidos que entregaríamos a seguir. Entregamos os kits com os sólidos e pedimos aos alunos que dividissem os sólidos em grupos, quantos fossem necessários, de acordo com o que eles achassem que seria a melhor classificação, de modo que os sólidos de mesmas características ficassem agrupados. Alguns grupos não entenderam imediatamente o que deveria ser feito, por isso nós passamos de grupo em grupo para explicar melhor o que queríamos que eles fizessem. Após as explicações e dado um tempo, pedimos que cada grupo apresentasse suas subdivisões e explicasse para a turma porque separaram daquela forma. [...] Esperávamos por algumas respostas, pois como já conhecemos os sólidos, entendemos que algumas características chamariam a atenção dos alunos. Apesar de serem sólidos classificados de maneira diferente, acreditávamos que alguns grupos colocassem as pirâmides junto com os cones, alguns prismas junto com o cubo e também que os grupos tivessem certa dificuldade em organizar a esfera juntamente com algum outro sólido. Todas estas expectativas realmente aconteceram. Alguns alunos utilizaram exatamente este tipo de organização em suas divisões, mas **uma maneira que não havíamos pensado foi a mais utilizada pelos grupos (por 4 deles). As divisões foram feitas de modo que os sólidos se "completassem", de tal forma que a pirâmide de base triangular ficou junto com o prisma de base triangular, como se a pirâmide fosse a "ponta" do prisma.** A pirâmide de base quadrangular fosse a "ponta" do prisma de base quadrangular, e assim sucessivamente inclusive com o cone completando o cilindro. [...] Percebemos que alguns alunos ao explicar utilizaram palavras chaves como "vértice", "aresta" e "face", que são palavras utilizadas na classificação dos sólidos. (VICENTE, 2015).

Nesses enunciados Vicente nos indica que, embora tenha planejado a aula e escolhido os recursos a serem utilizados observando os objetivos de ensino, no encontro com os alunos teve surpresas, pois ocorreram inesperados como a maioria da turma apresentar uma classificação dos sólidos geométricos não prevista no momento do planejamento. Esse dado também chamou a atenção de seu colega licenciando que participou conjuntamente dessa ação de ensino. Walter faz uma constatação e uma reflexão:

> Durante a classificação dos sólidos geométricos eu notei que os alunos estavam classificando muitas das vezes pela existência de bases iguais, por exemplo, o prisma de base hexagonal junto com a pirâmide de base hexagonal, o cilindro junto com o cone, o cubo com a pirâmide de base quadrada, etc.; depois do ocorrido percebi que esta classificação que os alunos elaboraram poderia ser mais explorada de alguma outra forma no momento da aula ao invés de ser apenas anotada no quadro e refutada depois, como aconteceu (WALTER, 2015).

Walter evidencia reflexões que indicam insatisfação quanto a mediação realizada com os alunos no momento da aula, pois sentiu que ela desconsiderou um modo de sistematização dos alunos e não explorou os conhecimentos de forma a ampliar as compreensões dos estudantes. Esses dados reforçam a importância das experiências de ensino para elaboração de percepções sobre a própria atuação enquanto docente. As ações de ensino possibilitaram avaliar suas estratégias metodológicas e procedimentos adotados em aula.

Em relação às aulas desenvolvidas no espaço do LEM no Ifes – campus Vitória temos relatos que também mostram que os licenciandos quando estão em situação de ensino se desenvolvem a partir das diferentes demandas do trabalho pedagógico. Nesse sentido, apresentamos dados de uma licencianda que desenvolveu aula sobre o conteúdo mínimo máximo comum (MMC) usando fatoração simultânea, por meio de um jogo.

> Durante o planejamento a principal preocupação foi colocar a atividade em uma linguagem adequada ao nível de ensino dos alunos, de modo que a atividade não ficasse difícil para o entendimento deles. [...] A atividade de regência foi realizada em três momentos, primeiro explicamos sobre os números primos e realizamos revisão dos critérios de divisibilidade pelos números 2,3 e 5. [...] A maior dificuldade encontrada foi no segundo momento, pois explicamos as regras do jogo direto, sem dar tempo para os alunos entenderem, e observamos que os alunos ficaram confusos e agitados. Para acertar o erro cometido, voltamos a explicar as regras do jogo, porém feita passo a passo para os alunos entenderem melhor. [...] Essa fase da regência foi uma ótima experiência, pois saímos daquela fase de observação para ser responsável por uma aula. Dessa forma, conseguir enxergar a importância do planejamento da aula e de fato participar na prática no processo de ensino aprendizagem. (MÁRCIA, 2015).

O relato de Márcia mostra que o momento da regência apresenta desafios não esperados como ela afirma sobre o modo de explicação do jogo. Assim, algumas situações surgem no acontecimento do encontro com os alunos e sinaliza complexidades do trabalho docente advindos da dinâmica de interação que não podem ser previsíveis. Mesmo assim, a licencianda reconhece a importância do planejamento da aula indicando uma nova compreensão sobre as demandas do ensino. Sua parceira de atuação indica também que o trabalho pedagógico tem potencial para pontuar necessidades de estudos e revisões das estratégias de ensino como podemos notar no trecho a seguir:

> Se eu pudesse ter outro momento de regência teria estudado melhor esse conceito (MMC) e como ensiná-lo aos alunos. Teria também mudado a ordem em que explicamos como se daria o desenvolvimento da atividade. Foi explicado como aconteceria tudo de uma vez e, após percebermos que os alunos estavam dispersos e não haviam entendido como seria, realizamos uma explicação passo a passo, dando um tempo para eles fazerem o que estava sendo solicitado, a cada passo acompanhando-os. Obtivemos muito mais sucesso colocando em prática a segunda postura do que a primeira. (SOFIA, 2015).

Assim como Márcia e Sofia, em outros relatórios encontramos dados que acentuam inesperados que ocorrem no processo de desenvolvimento das aulas como possibilidades positivas de aprendizagem da docência.

> Debater com os colegas o que pode ou não dar certo, compartilhar boas e não tão boas experiências acaba enriquecendo o processo de educar do futuro professor, que somos nós. [...] Também aprendi que existe uma diferença muito grande entre saber o conteúdo e saber ensinar ele. Na atividade de regência fiquei frustrado com o resultado, pois não atingi meus objetivos e não soube lidar com as adversidades em sala de aula quanto às dúvidas dos alunos. (DAVID, 2015).

David realça a importância de espaços para compartilhar experiências como potencialmente formadoras. Os relatos de cada licenciando favorece a aprendizagem mútua sendo necessária até mesmo a explicitação das ações consideradas ineficientes. Esse modo de compreensão da aprendizagem docente dialoga com proposições de Lopes (2009, p. 59), que afirma: "a formação docente vai se desenvolvendo nas várias ações assumidas de maneira compartilhada, que vão do planejamento ao desenvolvimento das ações passando pela reflexão crítica, que propicia o reencaminhamento da prática docente". Essa dinâmica pode ser percebida nos dados de Sara.

> Os alunos em grupos de três receberam um kit com uma folha de atividades investigativas, três triângulos com tamanhos diferentes porém semelhantes, régua de 30 cm, transferidor, lápis e borracha. A atividade consistia em medir com o transferidor os ângulos dos triângulos, depois com a régua medir os lados desses triângulos, anotando essas medidas nos próprios triângulos. [...] mostrei aos alunos como se media um ângulo utilizando o transferidor. Alguns entenderam e outros mostraram na atividade que não haviam entendido, pois ao medirem não levaram em consideração que deveriam utilizar como referência inicial o zero.

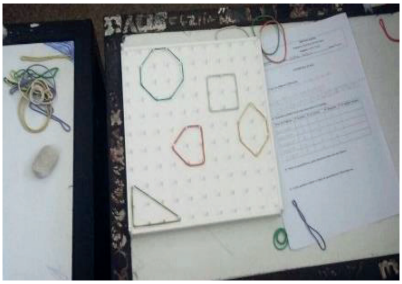
> O mesmo ocorreu quando tiveram que utilizar a régua para medir os lados dos triângulos, eles não utilizaram como início o marco zero da régua. Isso chamou bastante minha atenção, pois a régua é um instrumento de medida muito utilizado desde os anos iniciais. Percebi que temos que trabalhar melhor os instrumentos de medidas, eles fazem parte de nosso cotidiano escolar, mas nossos alunos ainda não sabem utilizá-los. O que parecia ser trivial e óbvio mostrou-se um grande dificultador. Fui ao quadro e fiz um triângulo retângulo e identifiquei os ângulos e os lados. Ao fazer o triângulo na ânsia de desenhar e explicar não notei que havia feito um triângulo retângulo, diferente do que os alunos possuíam, pois os ângulos internos do meu desenho, no quadro, eram de 90, 30 e 60 graus, e os triângulos que eles possuíam eram de 90, 45 e 45 graus. A professora de estágio me chamou atenção no final da oficina, pois isso levou alguns alunos a não entenderem o que estavam fazendo, devido ao desenho ser diferente do triângulo que eles possuíam. Devo prestar mais atenção no que desenho no quadro, pois induzo meus alunos a errarem e depois não consigo perceber o motivo do que os levou a cometerem o erro. A atividade continuou e encontramos outra dificuldade, que foi trabalhar razões, eles não sabiam o que era uma razão, expliquei no quadro o que era e fiz um exemplo. Outra observação, tenho que ter mais cuidado na organização do quadro, notei isso depois que escrevi as razões e fui tirar uma dúvida de uma aluna, que estava sentada no final do laboratório. Quando terminei de tirar as dúvidas, olhei para o quadro e vi que havia colocado informações fora de ordem, isso pode levar o aluno a cometer erros, confundindo-os. [...] Essa oficina proporcionada pelo estágio me ajudou bastante a ver como a organização de um quadro é importante para o processo de ensino. Além disso, me ajudou a ver outras dificuldades que os alunos possuem e que em sala de aula eu não havia percebido e que ainda podemos ajudá-los a corrigir e entender, como exemplo o conteúdo de frações. Outro ensinamento proveitoso que tirei foi que os alunos pela primeira vez fizeram uma atividade investigativa na qual eles participaram do início ao fim. (SARA, 2015)

Os enunciados de Sara marcam diferentes aprendizagens, desde a abordagem do conteúdo, passando pelos recursos até a organização dos registros na lousa. Também sinaliza para a importância de observar a reação e registros dos alunos para entender possíveis necessidades de aprendizagem. Esses elementos nos indicam que a licencianda estava em atividade de aprendizagem da docência de forma intensa, pois atentava para aspectos variados e importantes de serem considerados para a aprendizagem dos alunos. Desse modo, explicita o que Moura (2005, p. 26) nos coloca, "a aprendizagem docente necessita de um contexto em que as ações realizadas em conjunto convirjam para a concretização de atividades educativas". Assim, Sara mostra que é no contexto da ação de ensino que são possibilitadas condições para aprendizagem de muitos conhecimentos envolvidos na docência e possibilita ao licenciando entrever o trabalho docente em sua dinâmica de complexidades.

Em relação aos dados produzidos no ano de 2016, o licenciando Gianluca planejou a regência em forma de uma oficina que foi realizada no dia 29 de novembro de 2016, no período vespertino. Os alunos que participaram dessa oficina foram distribuídos em grupos de 2 alunos. Os detalhes dessa regência ficaram por conta do planejamento da atividade, que inicialmente foi elaborada para ser aplicada no espaço do LEM. Como a professora regente solicitou que fosse aplicada uma atividade de fixação, foi proposto pelo licenciando a utilização do geoplano ortométrico para construção de polígonos. Entretanto, devido a contratempos gerados a paralisações e feriados, a regência foi adiada para uma semana após a data que seria realizada no laboratório e transferida para a escola, mas utilizando os materiais do LEM. Outro ponto observado na regência, em relação aos alunos, foi a contestação de um dos alunos do porquê da atividade não ter sido realizada no LEM, alegando que o espaço ali proporciona maior compreensão dos conteúdos. Essa alegação se deu porque a turma já havia participado de atividades do PIBID no mesmo semestre no LEM.

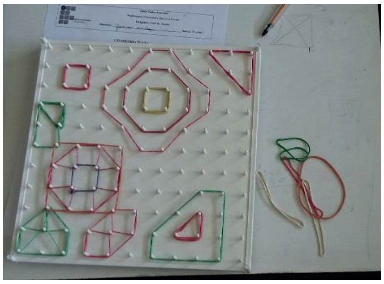
A atividade consistiu em construir polígonos e discutir sobre conceitos, elementos, diagonais, soma dos ângulos internos e nomes dos polígonos convexos, em particular os quadriláteros: paralelogramos e trapézios. Assim, o objetivo foi de que os alunos interagissem entre si e formulassem conceitos a partir das observações das construções no geoplano. Os grupos receberam os materiais que consistiam em 1 geoplano ortométrico, elásticos coloridos e uma folha de atividades (Figura 1). Durante as construções dos polígonos verificamos que muitos usaram a criatividade (Figura 2). Entretanto, durante as discussões para formalizar os conceitos das diagonais, eles estavam com dúvidas se as diagonais poderiam se cruzar e como sistematizar uma relação da quantidade de lados para encontrar o total de diagonais dos polígonos convexos. Quanto à soma dos ângulos internos, isso não foi problema, pois já a haviam compreendido em aulas anteriores. O licenciando conseguiu estimular o interesse dos alunos durante a oficina, fazendo com que mantivessem atenção e participação na aula. Durante a oficina, ele fez reflexões com os alunos sobre o tema e respondeu as dúvidas referentes ao conteúdo da atividade proposta.

Figura 1 – Aluno com material da atividade



Fonte: Acervo próprio.

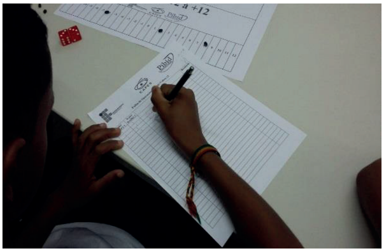
Figura 2 – Construção de polígonos



Fonte: Acervo próprio.

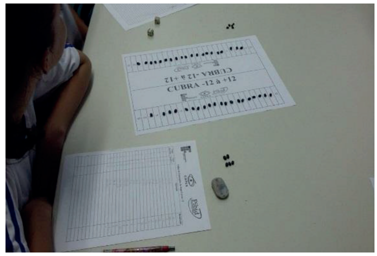
A oficina dos licenciandos Gianluca, Maristela e Rayanne foi planejada em conjunto por serem bolsistas do PIBID, na época, atendendo a uma solicitação da professora supervisora, com o intuito de fixar o conteúdo que estavam trabalhando no momento, tendo sido realizada no dia 07 de julho de 2016, com uma turma de 7° ano do período vespertino no laboratório. Os licenciandos utilizaram um jogo para auxiliar no desenvolvimento da temática operações com números inteiros. Eles dividiram a turma em duplas para que pudessem jogar. O material foi composto por um tabuleiro com casas de números inteiros de ambos os lados de -12 a 12, dois dados para cada dupla, feijões para demarcarem as casas obtidas e uma folha para anotarem os números sorteados pelos dados e as operações utilizadas para obtenção dos números necessários (Figura 3). O jogo consistiu em preencher primeiro as casas que se assemelham ao intervalo de uma reta contendo números inteiros entre -12 a 12, que estavam sobre a folha tabuleiro. Por meio de rodadas alternadas, jogavam-se os dados e, utilizando os números sorteados, deveriam ser feitas operações para obter o número necessário no tabuleiro. Com essas rodadas alternadas, os licenciandos incentivaram estratégias para que os alunos usassem o raciocínio lógico e matemático para se obter os números necessários a partir do número sorteado. Os jogadores poderiam utilizar o simétrico dos números sorteados, pois os dados não continham valores negativos. Durante o jogo, ficou evidente que os alunos tinham dificuldades de escolher qual operação utilizar para obter os valores das casas e nas operações de divisão (Figura 4). Durante a oficina os licenciandos discutiram e refletiram junto aos alunos propriedades e definições relativas à temática utilizada.

Figura 3 – Aluno com material do jogo



Fonte: Acervo próprio.

Figura 4 – Alunos jogando



Fonte: Acervo próprio.

O detalhe nessa oficina foi a maneira em que os licenciandos se expressaram ao apresentar as propriedades do tema buscando sanar dúvidas dos alunos e utilizar exemplos do cotidiano para utilizar as operações com números inteiros. No planejamento, o professor deve estar atento ao nível de linguagem que vai utilizar com seu público-alvo. Isso confirma o que diferentes autores, a exemplo de Côco e Silva (2015a), destacam quanto ao período do estágio ser importante para o licenciando ter o contato com a sala de aula, para inclusive compreender como devem ser suas ações, ampliando assim seus conhecimentos da docência.

A licencianda Sônia ministrou uma oficina no dia 05 de outubro de 2016, no período vespertino no LEM, para uma turma de 9° ano, sobre a temática de trigonometria. A proposta partiu a pedido do professor supervisor da escola em que a licencianda realizou o estágio II. A licencianda distribuiu a turma em grupos para a realização da atividade. Ela também distribuiu o material que consistiu em triângulos retângulos feitos de EVA para que medissem seus lados e ângulos, determinando as razões indicadas por ela no quadro (Figura 5). Como a licencianda já havia utilizado essa atividade no ano anterior em sua regência de estágio, obteve maior domínio e controle sobre a aplicação do conteúdo, corrigindo detalhes como organização do quadro e dúvidas que poderiam surgir pelos alunos durante a oficina. Isso foi possível devido ao planejamento e às aulas de estágio que foram elaborados e realizados no LEM. O momento da regência contribui para que o futuro professor possa ter a visão de como precisa de um planejamento das ações que permeiam o fazer docente.

Figura 5 – Alunos acompanhando instruções

Fonte: Acervo próprio.

Figura 6 – Alunos construindo módulos

Fonte: Acervo próprio.

Um professor que foi aluno da Licenciatura em Matemática do Instituto solicitou à coordenadora do PIBID que os bolsistas realizassem uma oficina com seus alunos de 9º ano para que eles conhecessem o laboratório de matemática e seus materiais. Para atender essa solicitação foi planejada uma oficina com a temática sólidos de Platão, a qual consistia em utilizar origami para a construção de sólidos após a apresentação do conteúdo. Foi realizada no dia 12 de abril de 2017 pelos bolsistas Gianluca, Késsia e Gracielle. Os licenciandos utilizaram um vídeo breve que fala sobre os sólidos de Platão e sua associação com os elementos da natureza. Após o vídeo um dos bolsistas fez uma discussão com os alunos a respeito dos elementos e conceitos para então iniciar a construção de um sólido. Os materiais utilizados foram papéis coloridos A4 já recortados em formato de quadrado pelos bolsistas, que planejaram antecipar esses passos pois o tempo disponibilizado para oficina era de uma hora e a escola não se encontrava nas redondezas do Instituto. Aqui, evidenciamos mais uma vez o cuidado do docente no planejamento da atividade e sua preocupação em trabalhar o conteúdo proposto de forma que o aluno o compreenda, mesmo sendo de maneira simples e utilizando materiais básicos como papel.

Trazemos esses registros da regência e de ações desenvolvidas por bolsistas do PIBID e notamos que todos utilizaram materiais manipuláveis ou jogos. Constatamos que as escolhas por esses tipos de materiais proporcionam aos alunos aprender ludicamente, como diz Fiorentini (1995, p. 12), “atividades ou materiais potencialmente ricos que levem os alunos a aprender ludicamente a descobrir a Matemática a partir de atividades experimentais ou de problemas, possibilitando o desenvolvimento da criatividade”.

Considerações finais

Nesse texto tivemos por objetivo analisar indícios de aprendizagens da docência explicitados por licenciandos em ações de planejamento, desenvolvimento e avaliação de atividades didáticas realizadas durante o estágio supervisionado no ensino fundamental PIBID. Para isso, recorremos a episódios que em nossa compreensão apresentaram indícios de aprendizagens de diferentes conhecimentos envolvidos do trabalho docente. As ações de ensino desenvolvidas no espaço do LEM, ou a partir de seus materiais, foram importantes para gerar um contexto de aprendizagem para os licenciandos, especialmente sobre a necessidade de organização intencional do ensino de determinados conteúdos matemáticos, de escolher recursos e estratégias mais adequadas, de preocupação com a linguagem utilizada nas ações de mediação, de observar a reação dos estudantes no sentido de entender suas demandas de aprendizagem, dentre outras. Nesse tipo de proposta de estágio e de PIBID, compreendemos a aprendizagem da docência a partir da ideia de movimento que se efetiva no acontecer das ações de ensino, sendo importante observar os momentos que foram propícios para constituir uma nova qualidade dos conhecimentos envolvidos na docência. Assim, concluímos esse artigo entendendo que os vários episódios apresentados mostram esse movimento de aprendizagem da docência e as complexidades inerentes ao processo, superando visões simplistas que recorrentemente podemos encontrar, de que para ensinar basta saber o conteúdo de ensino.

Referências

BAKHTIN, M. **Estética da criação verbal**. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Portugal: Porto Editora, 1994.

CEDRO, W. L. **O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de Matemática**: uma perspectiva histórico-cultural. Tese. Programa de Pós Graduação da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. 2008.

CEDRO, W. L.; MOURA, M. O. de. O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino: o Clube de Matemática. **Anais**. VIII Encontro Nacional de educação matemática. Recife, 2004. Acesso em: 30 ago.

2017. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/02/CC78728770153.pdf>.

CÔCO, D. Aprendizagem da docência em contextos de estágio supervisionado e do PIBID de matemática. **Anais**. XVIII Endipe, 2016, Cuiabá. Acesso em: 30 ago. 2017. Disponível em: <http://www.ufmt.br/endipe2016/downloads/233_10016_37109.pdf>.

CÔCO, D.; SILVA, S. F. A. da. Estágio supervisionado e aprendizagem da docência: vivências e reflexões de uma licencianda de matemática. **Anais.** XIV CIAEM, 2015(a). Acesso em: 30 ago. 2017. Disponível em: <http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/831/349>.

CÔCO, D.; SILVA, S. A. F. da. Estágio supervisionado e aprendizagem da docência: ações e reflexões de licenciandos de matemática. In: VI Seminário internacional de pesquisa em educação matemática (SIPEM) **Anais**... Brasília: SBEM, 2015 (b).

CÔCO, D.; SILVA, S. A. F. Laboratório de matemática e estágio supervisionado: espaço tempo de aprendizagens da docência. In: VI SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIAS E INVESTIGAÇÕES DE EM AULAS DE MATEMÁTICA, 2017, Campinas. **Anais**.... Campinas: Unicamp, 2017. v. 1. p. 1-14.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké,** v. 3, n. 1, 1995. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877>. Acesso em: 19 mai. 2018.

LOPES, A. R. L. V. **Aprendizagem da docência em matemática**: o clube de matemática como espaço de formação inicial de professores. Passo Fundo: Editora Universidade de Passo Fundo, 2009.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006, p. 3-38.

MORETTI, V. D.; MOURA, M. O. de. Professores de matemática em atividade de ensino: contribuições da perspectiva Histórico-Cultural para a formação docente. **Ciência e Educação**, v. 17, n. 2, 2011, p. 435-450.

MOURA, M. O. de et al. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural**. Brasília: Liber Livro, 2010.

MOURA, M. O. de. Pesquisa colaborativa_ um foco na ação formadora. In: BARBOSA, R. L. (Org.). **Trajetórias e perspectivas da formação de educadores**. São Paulo: Editora Unesp, 2004, p. 257-284.

NASCIMENTO, C. P.; MOURA M. O. de. A pesquisa sobre atividade pedagógica na teoria histórico-cultural: a análise teórica dos objetos de ensino. In: XVI ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICAS DE ENSINO (ENDIPE), 2012, Campinas. **Anais**... Campinas, 2012, p. 1351-1361.

PASSOS, C. L. B.; GAMA, R. P.; COELHO, M. A. V. M. P. Laboratório de Ensino de Matemática na atuação e na formação inicial de professores de matemática. In: CONGRESSO DE LEITURA DO BRASIL, 16., 2007, Campinas. **Anais**... Acesso em: 30 ago. 2017. Disponível em: <http://alb.org.br/arquivo-morto/edicoes_anteriores/anais16/sem15dpf/sm15ss03_04.pdf>.

RODRIGUES, F. C.; GAZIRE, E. S. Os diferentes tipos de abordagem de um laboratório em matemática e suas contribuições para a formação de professores. **REVEMAT.** Florianópolis (SC), v. 10, n. 1, p. 114-131, 2015. Acesso em: 30 ago. 2017. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2015v10n1p114/30045>.

SANTANA, D. F.; MATIUZZI, R. M.; CÔCO, D. Contribuições do estágio supervisionado e do PIBID na formação de professores de matemática. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, v. 5, n. 2, out. 2015, p. 30-48.

SOARES, A.W.; ZOCOLOTTI, A. K. Reflexões de contribuições do laboratório de matemática na formação docente. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 2017, Canoas. **Anais**... Acesso em: 08 out. 2018. Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii>.

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006, p. 57-76.

ZOCOLOTTI, A. K. **Práticas reflexivas na sala de aula**: uma experiência na formação de professores de matemática. 253 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

Capítulo 4

Atividades exploratórias com o Algeplan:

uma experimentação com estudantes da educação de jovens e adultos (EJA)

Maria Edwirgem Ribeiro da Silva • Wanessa Coelho Badke • Sandra Aparecida Fraga da Silva

Introdução

Ao cursar uma disciplina sobre Tópicos Especiais em Educação em Ciências e Matemática, pertencente ao currículo do curso de mestrado, observamos a necessidade de realizar nossa prática educativa com o auxílio de recursos didáticos que propiciassem aos nossos estudantes a construção de conhecimentos matemáticos. Durante a respectiva disciplina, fomos conhecendo e utilizando alguns materiais manipuláveis como: o Algeplan, os discos de frações, o Material Cusenaire, os Geoplanos, entre outros, e fomos percebendo que essa manipulação contribuiu para uma melhor compreensão das teorias que já conhecíamos. Nesse sentido:

> O material didático concreto exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar o aluno na construção de conhecimentos (TURRIONI; PEREZ, 2012, p. 61).

Diante disso, compreendemos que se esse processo foi importante para nós, enquanto professores, então também poderia contribuir para a aprendizagem dos estudantes. Logo, a professora da disciplina nos convidou a desenvolver atividades para alunos de turmas do Ifes ou outras escolas, utilizando materiais manipuláveis do LEM. A referida disciplina do mestrado nos proporcionou leituras e discussão sobre as diferentes concepções do Laboratório de Educação de Matemática; as formas para se elaborar um projeto de implantação de um laboratório; as atividades e ações desenvolvidas nele; as potencialidades pedagógicas; os diferentes recursos didáticos; a formação do professor-pesquisador que utiliza um laboratório e as perspectivas para uma formação inicial do professor de matemática dentro de um laboratório para o ensino em Educação Matemática.

Dessa forma, nos sentimos motivadas a realizar uma oficina para estudantes da educação básica no LEM, uma vez que acreditamos que neste ambiente se dá o real envolvimento do estudante e do professor na construção de conhecimentos e da aprendizagem da matemática.

Materiais manipuláveis e o Algeplan

No atual cenário do trabalho educativo é fundamental que o professor viabilize meios didáticos e pedagógicos para a materialização das aprendizagens dos educandos na construção do conhecimento. Dessa forma, professores cada vez mais fazem uso de práticas pedagógicas e metodologias diferenciadas, a fim de tentar propiciar uma potencialização do processo educativo na Educação Matemática (PASSOS, 2012).

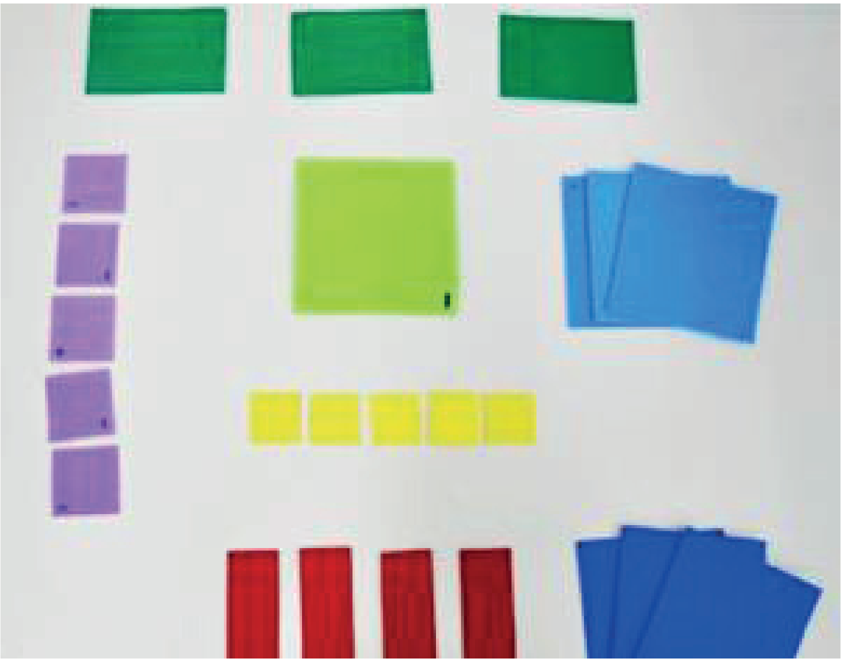
Diante desse panorama que abrange diversas ferramentas pedagógicas que contribuem para o processo de ensino-aprendizagem, corroboramos com Grando (2015) ao apontar que os materiais manipulativos são recursos didáticos que podem colaborar com o ensino e aprendizagem da matemática das crianças, jovens e adultos nas escolas, pois na manipulação do recurso os alunos são incentivados a pensar, analisar e fazer deduções, auxiliando, desta forma, na compreensão de conceitos matemáticos.

Convidamos para participar de nossa oficina a turma de uma professora que estava ensinando o conteúdo de operações com monômios nas suas aulas, em uma turma do Proeja do Ifes. Então, planejamos uma oficina pedagógica na qual a abordagem didática do conteúdo seria realizada por meio de material manipulável. Deste modo, a fim de que ampliássemos nossa compreensão acerca de materiais manipulativos, realizamos a leitura do texto "Materiais Manipuláveis", de Vale (2012), no qual a autora faz um panorama das ideias de alguns autores sobre a concepção de materiais didáticos manipuláveis. Este texto nos auxiliou na compreensão de conceitos sobre alguns materiais e foi determinante para que escolhêssemos o tipo de material que pretendíamos usar na nossa oficina, que foi o Algeplan.

O Algeplan é um material manipulativo que relaciona figuras geométricas (quadrados e retângulos, bem como suas áreas e perímetros) com a álgebra, funcionando como um material de apoio no ensino de expressões algébricas, monômios, polinômios e fatoração de trinômios de segundo grau (Figura 1). Diante do conhecimento das potencialidades desse material, decidimos adotá-lo como material manipulativo utilizado em nossa proposta de oficina.

Destacamos aqui a opinião de Ribeiro (1995) ao apontar que materiais didáticos que são manipuláveis atuam como objetos concretos que ensinam conceitos matemáticos de diferentes formas e sentidos, pois podem ser tocados, movidos, reorganizados pelas crianças. Assim, os materiais manipulativos são recursos que podem auxiliar o professor no desenvolvimento de tarefas que abordam diferentes conteúdos matemáticos.

Figura 1 – Algeplan de EVA



Fonte: Dados da pesquisa.

Ao propormos uma tarefa que fez uso de um recurso didático manipulativo, entendemos que o ensino da Educação Matemática “deve levar o aluno a organizar o pensamento e analisar criticamente informações e dados, ou seja, a Matemática não deve se limitar ao saber fazer contas, mas ao saber estruturar situações, analisá-las, fazer estimativas, ter um raciocínio próprio” (MACHADO, 2010, p. 10).

Apresentaremos a seguir, a nossa experiência com o Algeplan com a turma de Proeja do curso de segurança do trabalho do Ifes, campus Vitória.

Desenvolvimento da oficina

Entendemos uma oficina como uma forma de mediar conhecimentos por meio da experimentação, com ênfase na ação, sem perder de vista a base teórica. Dessa maneira, ela se torna uma opção de aprendizagem na formação continuada por proporcionar a vivência de situações concretas e significativas. Justificando-se, assim, a sua escolha como recurso didático-pedagógico (VALE, 2012).

Contamos com a colaboração da professora que ensinava matemática na referida turma da EJA, na qual realizamos a atividade, tanto na elaboração do planejamento das tarefas como na realização da oficina. Essa parceria foi fundamental para que conhecêssemos parcialmente o perfil da turma e os conhecimentos prévios dos alunos. Tratava-se de uma turma que cursava o 2º período do curso de Segurança do Trabalho do Ifes, no campus Vitória. A oficina aconteceu no Laboratório de Educação Matemática (LEM), durante o turno vespertino, no horário compatível com a aula da turma. Participou da atividade um quantitativo de 40 estudantes, prevalecendo um perfil de alunos jovens e bem participativos, que foram distribuídos em grupos de até quatro alunos.

Após uma conversa inicial com a referida professora, vimos os conteúdos matemáticos que estavam sendo estudados pela turma naquele momento. A professora ainda nos apresentou uma de suas avaliações realizadas recentemente que abordava os seguintes conteúdos: área, perímetro e operações com monômios. Entendendo a dinâmica de trabalho dessa professora com a sua turma, decidimos, então, planejar uma tarefa a fim de discutir as operações com monômios, pois nos foi sinalizado pela própria professora que os estudantes apresentavam algumas dificuldades em compreender as relações entre as respectivas operações.

Para o planejamento da tarefa, contamos com a colaboração de uma colega do mestrado que já havia utilizado o Algeplan com turmas do ensino fundamental, de quatro outros mestrandos que cursavam a disciplina e da professora da disciplina de Tópicos I. Esta ação foi realizada dessa forma para que tivéssemos a oportunidade de discutir com nossos pares, avaliar e refletir sobre nossa própria aprendizagem diante dessa disciplina.

A oficina foi iniciada com a apresentação da nossa proposta de trabalho, mostrando o objetivo daquela atividade e dos membros da disciplina. A professora regente da turma antecedeu esse momento com uma breve conversa com os alunos, em sala de aula, e uma revisão dos conteúdos matemáticos que seriam trabalhados em nossa proposta. Posteriormente, apresentamos o Algeplan aos estudantes e demos um tempo para que esses se ambientassem, perguntassem, questionassem sobre o material que utilizariam na realização das tarefas. Pois, para nós:

> A constante indagação leva, além do aprender a aprender, à aprendizagem do cooperar com o outro, propiciando a criação de atitudes de pesquisa, pois numa sociedade em mudança tão acelerada como a atual, somente aquele que indaga permanece atualizado (TURRIONI; PEREZ, 2012, p. 65).

A primeira tarefa tinha como objetivo propiciar ao aluno compreender a operação de adição de monômios como uma sequência composta de figuras geométricas (retângulos) com áreas descritas em função de uma variável que compunha o material. Para isso os alunos jogavam dois dados e faziam a operação de adição com os polinômios indicados em suas faces. Em seguida registravam as operações e os resultados na folha de registros do grupo.

A segunda tarefa tinha como objetivo ensinar a operação de multiplicação de monômios como uma composição de figuras geométricas (retângulos) com áreas descritas em função de uma variável que compunha o material e, ainda, identificar qual figura geométrica era formada pelo material após a realização da multiplicação dos polinômios (Figura 2).

Figura 2 – Construção das áreas por meio dos monômios

Fonte: Arquivo Pessoal (2015).

Os estudantes começaram a trabalhar timidamente, mas logo se sentiram motivados e queriam realizar todas as expressões surgidas do jogo dos dados. Após a leitura de cada tarefa, nos dirigíamos ao quadro-negro para realizar junto com os estudantes um exemplo de como poderíamos efetuar a operação desejada utilizando o material. Inicialmente, percebemos alguma dificuldade de compreender a ação que deveria ser realizada na tarefa pelos educandos, uma vez que eles ainda não haviam assimilado a relação entre os monômios e as áreas das peças do material. Nesse momento, nós, os outros mestrandos e a professora de Tópicos I fizemos intervenções nos grupos a fim de esclarecer as dúvidas que surgiram.

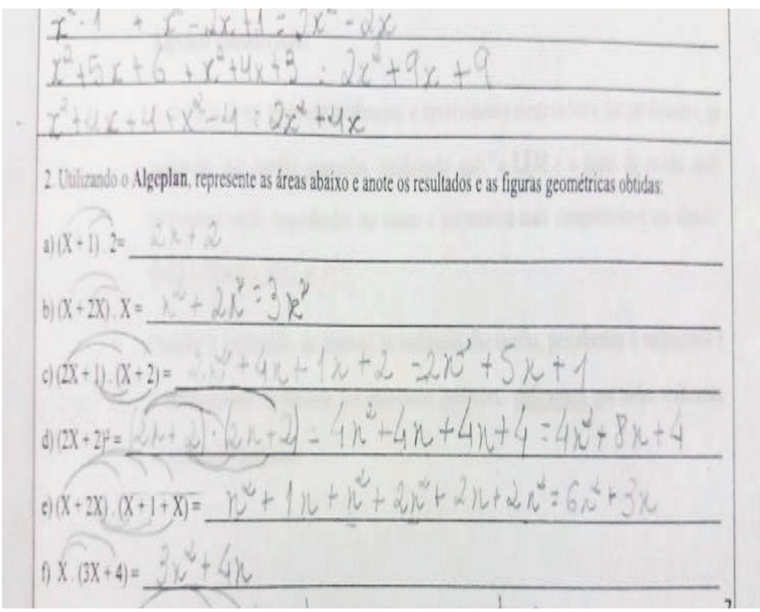
Diante disso, alguns alunos relataram que durante o registro da tarefa 1 houve facilidade para a leitura das expressões sugeridas e para tentar formar quadriláteros na lâmina do Algeplan, propiciando a abordagem sobre o conceito de área que fazia parte do conteúdo abordado em sala de aula pela professora regente.

Ao pesquisar sobre o Algeplan, percebemos que as tarefas que são realizadas com ele costumam estar associadas aos exercícios do tipo "fixação" de conteúdos. Porém essa não é a única forma de explorar esse material didático. Existem outras formas também relevantes que podem propiciar a compreensão de um conteúdo matemático a ser estudado. Ao fim da oficina, verificamos que todos os alunos realizaram as tarefas propostas por nós, fato que evidenciou o envolvimento da turma. Na primeira tarefa a maioria dos alunos manipulou o material como havia sido proposto e conseguiu alcançar os objetivos.

Na tarefa 2, percebemos que alguns alunos utilizaram o material para realizar as operações e outros se apoiaram na propriedade de distributividade para efetuar as operações de multiplicação. E, ainda, alguns alunos não relacionaram a figura formada na multiplicação com os polinômios obtidos na operação.

Este recurso permitiu que os estudantes explorassem os conceitos de área e perímetros, a partir da construção de quadriláteros que possuem lados que são representados algebricamente por monômios, ou seja, o produto desses monômios lhes possibilitou obter uma área que tem como representação uma expressão algébrica como resultado. Como exemplo: $2x \cdot (x + 3) = 2x^2 + 6x$, temos o registro de um desses educandos na Figura 3.

Figura 3 – Registro de um grupo



Fonte: Arquivo Pessoal (2015).

Concluímos que o tempo de duas horas (02 aulas) destinado à oficina precisa ser revisto para que o objetivo da segunda tarefa seja alcançado. Além do registro escrito, também reconhecemos que uma síntese ao fim da atividade dos conceitos abordados tem papel fundamental no processo de ensino-aprendizagem nesse contexto do LEM, pois as experiências vivenciadas precisam ser registradas, organizadas e relacionadas com a teoria. Dessa forma, entendemos que a utilização de recursos didáticos manipuláveis pode propiciar a construção de conhecimentos matemáticos aos nossos estudantes. Diante disso, entendemos que

> O LEM, nessa concepção, é uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender (LORENZATO, 2012, p. 7).

A vivência dessa atividade destacou o envolvimento dos mestrandos e da professora de Tópicos I na realização das tarefas propostas, ressaltando que “o LEM é o lugar da escola onde professores estão empenhados em tornar a matemática mais compreensível aos alunos” (LORENZATO, 2012, p. 7).

Algumas considerações

Durante a realização das tarefas percebemos o entusiasmo e o engajamento da maioria dos estudantes presentes, bem como da professora regente da turma. Alguns alunos relataram que nunca tinham estado naquele espaço (LEM), que se sentiram valorizados por participarem da oficina e demonstraram interesse em participar de outras atividades no local, validando o reconhecimento daquele laboratório como um ambiente de construção de conhecimentos e valores.

Quanto ao uso do Algeplan, esse recurso constituiu uma importante ferramenta para compreensão dos conteúdos abordados na oficina. Uma aluna relatou que iria construir um Algeplan para levar para a sala de aula da EJA, a fim de facilitar seus cálculos durante as aulas e as provas. E, ainda, outra aluna comentou que iria construir o mesmo material para ajudar seu filho nas operações com polinômios, pois ele também apresentava dificuldades nessas operações na escola básica. Dessa forma, acreditamos que a intervenção didática favoreceu a aprendizagem dos conteúdos e fortaleceu a autoestima dos educandos.

Entendemos que fazer uso de práticas pedagógicas diversificadas oferece, tanto aos estudantes quanto ao professor, condições para que o ensino e a aprendizagem da Matemática sejam efetivos, tanto em sala de aula quanto em outros ambientes que favoreçam a construção de conhecimentos.

Percebemos a importância do uso dos diversos ambientes de aprendizagens existentes nas escolas, e que esses podem ser premissas para fomentar um trabalho pedagógico que contribua para a aprendizagem dos estudantes.

Agradecimentos

Agradecemos às professoras Sandra Fraga e Dilza Côco por fomentarem ações que contribuíram para a nossa formação docente e por nos proporcionar nas aulas de “Tópicos Especiais em Educação em Ciências e Matemática I” discussões e reflexões que colaboraram no desenvolvimento dessa oficina. Agradecemos também à professora de matemática Ana Lígia (Proeja), aos colegas da disciplina do mestrado e aos estudantes participantes desta atividade.

Referências

GRANDO, R. C. Recursos didáticos na educação matemática: jogos e materiais manipulativos. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, ISSN 2236-2150, v. 5, n. 2, 2015.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e matérias manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores/Coleção formação de professores**. 3. ed. Campinas-SP: Autores Associados, 2012. p. 3-38.

MACHADO, I. A. **Algumas dificuldades do ensino da matemática na 7ª série do ensino fundamental**. 2010. Disponível em: <http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/12005/IveteAlvesMachado.pdf>. Acesso em: 09 nov. 2015.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In. LORENZATO, S. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de**

professores/Coleção formação de professores. 3. ed. Campinas-SP: Autores Associados, 2012. p. 77-92.

RIBEIRO, A. **Concepções de professores do 1º ciclo**: a matemática, o seu ensino e os materiais didáticos. Dissertação de mestrado. Instituto Politécnico de Viseu. Lisboa: APM, 1995. Disponível em: <http://repositorio.ipv.pt/handle/10400.19/1173>. Acesso em: 09 nov. 2015.

TURRIONI, A. M. S; PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: LORENZATO, S. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores/Coleção formação de professores**. 3. ed. Campinas-SP: Autores Associados, 2012. p. 57-76.

VALE, I. **Materiais manipuláveis**. Viana do Castelo: ESEVC-LEM, 2002. Disponível em: <https://ipvc.academia.edu/IsabelVale>. Acesso em: 10 nov. 2016.

Capítulo 5

Ensino de razões trigonométricas a partir da utilização de geoplanos na perspectiva da investigação matemática[1]

Sabrine Costa Oliveira • Lauro Chagas e Sá • Sandra Aparecida Fraga da Silva

Introdução

O estudo da trigonometria é fundamentado nas relações existentes entre ângulos e medidas. No triângulo retângulo, essas relações são constantemente trabalhadas e alguns ângulos presentes nesse tipo de triângulo são usados com maior frequência. Eles recebem o nome de ângulos notáveis e seus valores são de 30°, 45° e 60°. Mas como determinar junto a alunos de Ensino Fundamental o valor do seno, cosseno e tangente desses ângulos? Para responder a esta reflexão, propomos uma atividade no Laboratório de Ensino de Matemática, utilizando geoplanos.

Ao traçarmos um panorama sobre os significados de um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), identificamos referências tanto a lugar físico e/ou perspectiva de trabalho pedagógico. Quando considerado como lugar, refere-se a uma sala (ou outro espaço físico) para guardar materiais educativos, tornando-os acessíveis às aulas; nesse caso, seria um depósito de arquivos e/ou instrumentos (LORENZATO, 2006). Como perspectiva metodológica para o ensino de Matemática, descreve um processo didático que se desenvolve diferente daqueles realizados em aulas expositivas. Nessas ocasiões, o professor tem mais liberdade para seleção de materiais e das

1 Este capítulo foi produzido com base na exposição feita pelos autores no relato de experiência "Uso de geoplanos na determinação de razões trigonométricas de ângulos notáveis: uma experiência na perspectiva do Laboratório de Ensino de Matemática" no XII Encontro Nacional de Educação Matemática, realizado em São Paulo – SP, no período de 13 a 16 de julho de 2016.

metodologias que serão utilizadas. Nesse prisma, a construção do conhecimento acontece por meio da interação entre professor, aluno e material, em um trabalho colaborativo com vistas à descoberta para a aprendizagem significativa de conceitos e relações matemáticas (KALEFF, 2008). Com efeito, uma sala de aula em que acontece um processo de ensino dessa natureza pode ser considerada como um laboratório.

Segundo Lorenzato (2006), o LEM é uma visão atual da educação matemática e uma abordagem indispensável nas escolas, tanto de educação infantil, ensino fundamental e médio, quanto em instituições de formação de professores, pois permite atender as necessidades especiais presentes na matemática no que abrange os recursos visuais utilizados. De modo geral, o Laboratório de Ensino de Matemática deve conter coleções de livros didáticos, publicações sobre temas matemáticos, jogos, figuras, sólidos, computadores com softwares, materiais didáticos industrializados e, também, aqueles produzidos pelos professores e alunos.

Este capítulo versa sobre uma experiência didática realizada em novembro de 2015, desenvolvida no contexto da disciplina de Tópicos Especiais em Educação em Ciências e Matemática oferecida como optativa no curso de mestrado profissional em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (Educimat/Ifes). Essa disciplina, realizada quinzenalmente no segundo semestre de 2015, teve como objetivo principal discutir práticas de ensino de matemática tendo como foco o uso e a importância do Laboratório de Ensino de Matemática.

No decorrer da disciplina, discutimos sobre diversas concepções de Laboratório de Ensino de Matemática e sobre os desafios na implementação de um LEM em escolas e instituições de ensino superior. Adicionalmente, tratamos de diferentes tipos de jogos e materiais didáticos para ensino de matemática. Durante as reflexões, emergiu a necessidade de validar as discussões por meio de práticas com grupos de estudantes da educação básica. Com isso, planejamos ações com uma turma de jovens e adultos do Ifes, com alunos do ensino fundamental e do ensino médio. Nesse contexto, o presente texto tem como objetivo analisar uma experiência de ensino sobre as razões trigonométricas no triângulo retângulo com uma turma de 9º ano ensino fundamental da rede pública de Vila Velha – ES, no Laboratório de Ensino de Matemática do Ifes, campus Vitória.

Materiais manipulativos e ensino de matemática

A importância dos materiais didáticos tem sido objeto de estudo de muitas pesquisas na área da educação matemática. Há uma preocupação sobre as contribuições desses materiais no processo de ensino-aprendizagem da matemática, pois alguns professores acreditam que sua utilização causa dependência e dificulta a abstração de conceitos matemáticos. Outros professores não utilizam nenhum material didático por causa do custo ou ainda alegam que possuem pouco conhecimento sobre como utilizá-los em sala de aula (KALEFF, 2008).

Segundo Vale (2002) materiais didáticos são todos os recursos a que recorremos durante o processo de ensino-aprendizagem. Nessa perspectiva, consideram-se material didático o livro didático, a calculadora, o computador e os materiais manipulativos. Essa autora corrobora das ideias de Serrazina (1991, *apud* VALE, 2002) que define materiais manipulativos como objetos ou instrumentos que ajudam o aluno a construir conceitos fundamentais nas diversas fases de aprendizagem. Esse caso específico se diferencia da Tendência Empírico-Ativista (FIORENTINI, 1995), que preconizava que as ideias matemáticas eram obtidas pela descoberta, emergindo do mundo físico e extraída pelo ser humano por meio da manipulação. Pelo contrário, Vale (2002) e Serrazina (1991 apud VALE, 2002) rompem com a concepção idealista, percebendo os materiais manipulativos como essenciais para o processo de ensino-aprendizagem, mas ressaltando a importância da mediação do professor.

Vale (2002) argumenta que é comum confundir material didático com material manipulativo, esclarecendo que a diferença principal entre esses materiais é que o segundo deve sempre ser tocado ou manipulado pelos estudantes. A pesquisadora classifica os materiais manipulativos em três tipos: materiais concretos, materiais pictoriais e materiais simbólicos. Os materiais concretos, por sua vez, são agrupados em: materiais comuns e materiais educacionais. Os denominados comuns são objetos reais que têm aplicação no cotidiano; já os educacionais são aqueles construídos especificamente para fins educativos, como geoplano, material dourado, discos de fração, algeplan etc.

A utilização de materiais manipulativos nas aulas de Matemática para auxiliar a compreensão de conceitos é recomendada também por Lorenzato (2006, p. 22) ao afirmar que

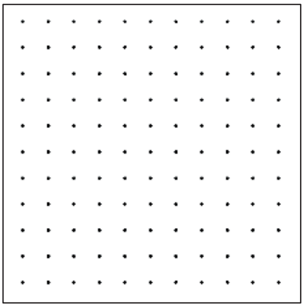
> [...] os conceitos evoluem com o processo de abstração e esta ocorre pela separação mental das propriedades inerentes a objetos [...]. Esse processo começa com o apoio dos nossos sentidos e, assim, ele é aparentemente paradoxal, porque para se chegar ao abstrato [considerado, como o isolamento de alguma propriedade sensorialmente acessível do objeto], é preciso se partir do concreto.

Ao fazer uso de um material manipulável, no entanto, não há garantias de um aprendizado significativo, pois outros fatores influenciam nesse processo como o conteúdo envolvido, os objetivos a serem atingidos, a metodologia utilizada e principalmente o papel do professor, conforme destacamos anteriormente. Afinal, cabe ao docente a escolha do material e como deve ser utilizado, além disso, a mediação no desenvolvimento da aula também é guiada por ele e, por isso, é necessário conhecer bem o material e saber quais são suas limitações.

A seleção de bons materiais manipuláveis faz parte de um processo reflexivo por parte do professor sobre como trabalhá-los e como conduzir o processo para que não fique apenas na manipulação do material. Um dos materiais manipulativos que são amplamente referenciadas na literatura da Educação Matemática é o geoplano. Este é um recurso didático-pedagógico que consiste, normalmente, num pedaço de madeira com pregos representando os pontos no plano, formando uma malha padronizada, e pode ser utilizado com atilhos de borracha que permitem construir várias figuras geométricas, possibilitando discussões sobre os diversos conteúdos matemáticos.

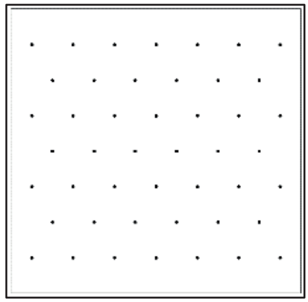
O geoplano foi criado pelo professor de matemática africano Caleb Gattegno, em 1961, como um material manipulativo indicado para trabalhar a construção de conceitos de geometria plana e outros conteúdos relacionados a álgebra e aritmética. Há diferentes tipos de geoplano, sendo que destacamos os utilizados nessa atividade: o quadrado, em que os pregos são dispostos em linhas e colunas equidistantes, formando uma malha quadriculada (Figura 1); e o isométrico ou treliçado, no qual os pregos são equidistantes de todos os outros adjacentes a ele (Figura 2), conforme ilustrado a seguir.

Figura 1 – Geoplano quadrado



Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 2 – Geoplano isométrico



Fonte: Elaborado pelos autores.

Caleb Gattegno, em seu artigo "A pedagogia da Matemática", de 1961, ao descrever os diferentes tipos de geoplano, conclui:

> Todos os geoplanos têm indubitável atrativo estético e foram adotados por aqueles professores que os viram ser utilizados. Podem proporcionar experiências geométricas a crianças desde cinco anos, propondo problemas de forma, dimensão, de simetria, de semelhança, de teoria dos grupos, de geometria projetiva e métrica que servem como fecundos instrumentos de trabalho, qualquer que seja o nível de ensino (GATTEGNO, 1961 apud KNIJNIK et al., 1996, p. 5-6).

Os materiais manipulativos favorecem a construção de conceitos matemáticos e auxiliam na aprendizagem dos alunos. O geoplano se apresenta como um material manipulativo que oferece grandes possibilidades de exploração nas aulas de matemática. Detalharemos uma delas a seguir.

Aspectos metodológicos

Além de perspectiva teórica, o laboratório se constitui como tipo de pesquisa qualitativa. Também chamados de experimentais, os estudos de laboratório "caracterizam-se pela realização de 'experimentos' que visam verificar a validade de determinadas hipóteses em relação a um fenômeno ou problema" (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 104). Com efeito, este texto analisa uma experiência de ensino sobre razões trigonométricas com alunos do 9° ano, no Laboratório de Ensino de Matemática do Ifes, campus Vitória.

A experiência teve duração de aproximadamente três horas e contou com a presença de quinze alunos visitantes com seu professor de matemática, dos autores dessa pesquisa e de outras três alunas da disciplina de Laboratório de Matemática do mestrado, que auxiliaram na coleta de dados. É importante esclarecer que a parceria foi estabelecida por meio da diretora da escola que na ocasião também era aluna do Programa Educimat/Ifes.

Durante a realização da dinâmica, utilizamos três instrumentos para coleta de dados, considerando as orientações de Gil (1999) e de Moreira e Caleffe (2008): a observação participante, não somente dos pesquisadores mas também dos demais alunos da disciplina do curso de Mestrado; o uso dos registros escritos dos alunos, obtidos a partir do material de apoio oferecido durante a realização das tarefas com o geoplano; e a coleta de áudio por meio de gravação[2].

Apesar de considerar as contribuições do geoplano enquanto material manipulativo para aulas de trigonometria, evidenciaremos na próxima seção a Investigação Matemática. Entendemos que este marco teórico oportuniza reflexões em relação à prática e ao papel do professor enquanto mediador do processo educativo.

Reflexões sobre a prática

A folha de tarefas[3] entregue aos alunos era composta por três atividades. Na primeira, os estudantes deveriam manipular o geoplano isométrico e construir um triângulo equilátero. Em seguida, precisariam traçar a altura desse triângulo e representar a construção em um espaço indicado. Ao final, deveriam determinar medida da altura do seu triângulo e todas as seis razões entre os lados do triângulo retângulo formado. Para sistematizar as investigações, responderiam às seguintes perguntas: "Você conhece os resultados encontrados? Compare sua resposta com a dos colegas. O que acontece?".

Já na segunda atividade, os alunos manipulariam o geoplano quadrangular, construiriam um quadrado e traçariam sua diagonal,

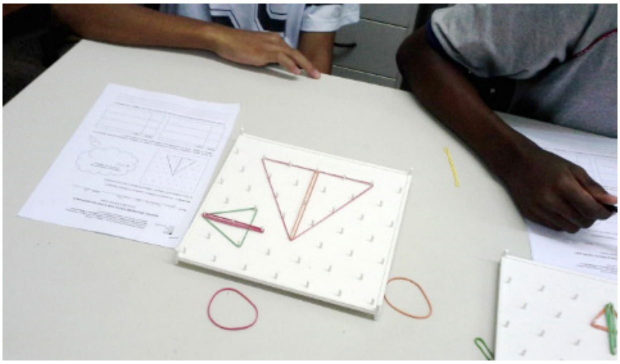
2 Todos esses instrumentos foram utilizados mediante autorizações escritas dos responsáveis dos alunos, por meio do termo de consentimento livre e esclarecido.

3 É importante registrar que as representações dos geoplanos contidas na folha de atividades eram exatamente iguais ao material manipulativo físico, em termos de quantidade e disposição dos pinos.

para que, depois, determinassem o comprimento da diagonal e o ângulo formado entre a diagonal do quadrado e um de seus lados. Como na primeira atividade eles já teriam se familiarizado com os termos seno, cosseno e tangente, esta segunda tarefa já fazia uso dessas terminologias ao solicitar o cálculo das razões trigonométricas. A terceira e última atividade da folha foi denominada "Sistematizando" e solicitava que os estudantes registrassem numa tabela de dupla entrada o valor das razões trigonométricas dos ângulos apresentados.

Para determinarmos as razões trigonométricas dos ângulos 30° e 60° no geoplano é preciso obter um triângulo que tenha esses dois ângulos. Por isso, na primeira atividade, os alunos construíram um triângulo equilátero no geoplano isométrico, representando sua construção na folha de tarefas e, em seguida, determinando o comprimento da altura do triângulo formado. Durante a manipulação, os alunos criaram triângulos com lados de diversos tamanhos, mas não conseguiram representar a altura, no geoplano, em todos os casos. Em algumas situações, o segmento de reta não satisfazia a definição de altura, pois apesar de ser perpendicular à reta suporte de um dos lados do triângulo, não unia um vértice ao lado oposto, conforme observado no triângulo menor da Figura 3 a seguir.

Figura 3 – Construção de triângulos equiláteros no geoplano isométrico



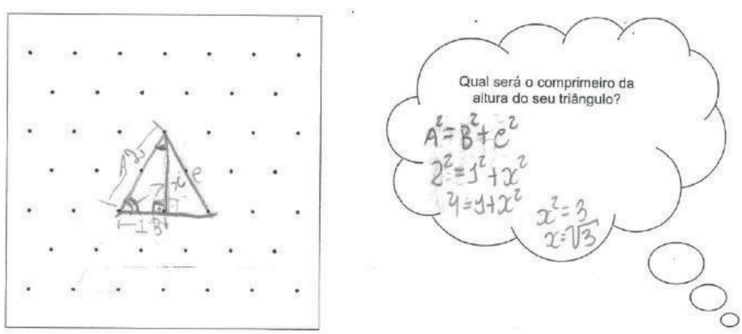
Fonte: Acervo dos autores, 2015.

Em seguida, o grupo de estudantes foi questionado sobre a condição necessária para que o elástico unisse um dos vértices do triângulo ao lado oposto, como no triângulo maior da figura anterior. Nessa investigação, os alunos observaram que, nesse caso, o lado do triângulo representado no geoplano deveria ser par. Com esse episódio, verificamos que as atividades matemáticas investigativas por si só não influenciam na aprendizagem do aluno. Nesse momento é importante o papel do professor na mediação da aula, na valorização e debate das diferentes estratégias utilizadas pelos alunos. Nessa perspectiva, Oliveira, Segurado e Ponte (1998, p. 2), afirmam que:

> O professor terá como papel fundamental iniciar e dirigir o discurso, envolver cada um dos alunos, manter o interesse pelo assunto, colocar questões esclarecedoras ou estimulantes e não aceitar apenas a contribuição dos alunos que tem habitualmente respostas correctas ou ideias válidas.

Após as discussões de paridade, os estudantes construíram triângulos equiláteros de lado dois e quatro unidades de comprimento e procederam com a execução da tarefa (Figura 4), conforme representado a seguir.

Figura 4 – Primeiras investigações no triângulo equilátero



Fonte: Acervo dos autores, 2015.

Nesse momento, adotamos o ângulo da base do triângulo (60°) como referência e solicitamos que os alunos listassem e calculassem todas as razões possíveis entre os lados do triângulo retângulo formado. As primeiras razões que foram listadas e calculadas foram as já conhecidas pelos alunos: seno, cosseno e tangente. Contudo, durante a socialização das respostas, procuramos explorar também as razões inversas a essas – cossecante, secante e cotangente – que também poderiam ser obtidas no triângulo retângulo. Essa ação foi importante para evidenciar junto aos alunos que algumas razões, embora não fossem estudadas naquele momento, poderiam ser obtidas do mesmo modo. As seis razões e seus respectivos valores numéricos foram sistematizados em uma tabela, preenchida pelos alunos no material de apoio e construída pelos pesquisadores na lousa:

Quadro 1 – Razões trigonométricas do triângulo retângulo

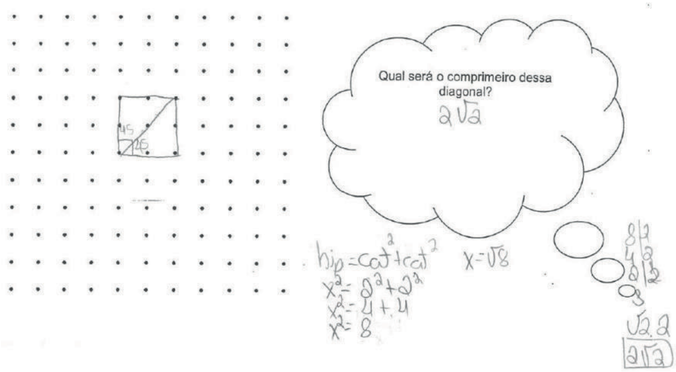
Razão	Valor numérico	Razão	Valor numérico
$\frac{catetooposto}{hipotenusa}$	$\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{hipotenusa}{catetooposto}$	$\frac{4}{2\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$
$\frac{catetoadjacente}{hipotenusa}$	$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$	$\frac{hipotenusa}{catetoadjacente}$	$\frac{4}{2}=\frac{2}{1}=2$
$\frac{catetooposto}{catetoadjacente}$	$\frac{2\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{1}=\sqrt{3}$	$\frac{catetoadjacente}{catetooposto}$	$\frac{2}{2\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

Fonte: Elaborado pelos autores, 2015.

Ao apresentar outras razões trigonométricas e retomar as razões conhecidas, deduzindo seu valor numérico, corroboramos o descrito por Carvalho et al. (1998, p. 31-32) ao afirmar que "é o professor que propõe problemas a serem resolvidos, que irão gerar ideias que, sendo discutidas, permitirão a *ampliação dos conhecimentos prévios*; promove *oportunidades para a reflexão*, indo além das atividades puramente práticas; [...]" (grifos nossos). Após listar as seis razões e seus respectivos valores numéricos, conceituamos a razão seno, cosseno e tangente, reforçando que as três outras razões, embora existam, não seriam objetos de estudo no ensino fundamental. Dando continuidade à discussão, determinamos o seno, cosseno e tangente do ângulo de 60° e, no mesmo triângulo equilátero, deduzimos essas razões para seu complemento, o ângulo de 30°.

Considerando que, pela estratégia planejada, não poderíamos obter o ângulo de 45°, iniciamos a segunda atividade representando um quadrado no geoplano quadrangular e traçando uma de suas diagonais para formar dois triângulos retângulos isósceles. Neste caso, a diagonal é uma bissetriz, ou seja, divide o ângulo reto em duas partes congruentes. Com isso, a proposta no geoplano quadrado buscou investigar os valores de seno, cosseno e tangente do ângulo de 45°.

Figura 5 – Primeiras investigações no geoplano quadrangular



Fonte: Acervo dos autores, 2015.

Já familiarizados com a proposta de atividade, os alunos determinaram os valores de seno, cosseno e tangente do ângulo de 45°, manipulando o geoplano e registrando na folha de atividades. Finalizando as investigações e com base em algumas deduções geométricas e cálculos aritméticos, determinamos os valores das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente dos ângulos de 30°, 45° e 60° no triângulo retângulo. A partir dos cálculos efetuados, construímos a conhecida tabela de razões trigonométricas dos ângulos notáveis (Figura 6):

Figura 6 – Atividade de sistematização do conteúdo

Atividade 3 – Sistematizando

A partir do que você aprendeu hoje, registre na tabela abaixo o valor das razões trigonométricas dos ângulos apresentados.

	Seno	Cosseno	Tangente
30°	$3/2$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
45°	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	3
60°	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}$

Fonte: Acervo dos autores, 2015.

Ao final da ação, percebemos como é importante dar aos alunos autonomia para refletir, discutir, explicar e defender suas estratégias de resolução (CARVALHO, et al., 1998). Contudo, salientamos que ao término do processo investigativo, faz-se necessária uma sistematização das discussões, como retratamos acima, de modo que os alunos percebam o conhecimento matemático construído ao longo da tarefa.

Considerações finais

Nesse trabalho, conceituamos e determinamos as razões trigonométricas dos ângulos notáveis do triângulo retângulo, com auxílio dos geoplanos quadrangular e isométrico. Logo no início da experiência, os alunos demonstraram conhecer as razões seno, cosseno e tangente, sem conceituá-las adequadamente. Isso permitiu que os pesquisadores percebessem que os alunos, apesar de citarem as nomenclaturas e seus respectivos valores, não se apropriaram dos conceitos e não compreenderam a origem da tabela das razões para os ângulos de 30°, 45° e 60°.

Com o geoplano isométrico e a partir da construção de um triângulo equilátero, deduzimos os valores de seno, cosseno e tangente do ângulo de 60° e de seu complemento. A obtenção das razões trigonométricas para o ângulo de 45° aconteceu com a construção de um quadrado no geoplano quadrangular. Esses momentos reforçam que os materiais manipulativos auxiliam os alunos a compreenderem conteúdos matemáticos, por meio da manipulação de materiais educativos. Nesse sentido, consideramos pertinente um momento inicial de familiarização com o material manipulativo pelo estudante, bem como um momento conclusivo em que ele perceba o conhecimento matemático construído ao longo da atividade, de modo que seu discurso não reduza a tarefa a um passatempo.

Sobre a utilização da investigação matemática enquanto marco teórico e metodológico, percebemos através desta experiência o quão fundamental é o papel do professor no sentido de mediar as discussões e incentivar a participação dos alunos, estimulando-os à argumentação e à apropriação dos conceitos matemáticos em suas falas. Outrossim, reforçamos a necessidade de dar aos alunos autonomia para refletir, comunicar e defender suas estratégias de resolução. Ainda sobre a utilização da investigação nas aulas de matemática, destacamos que o processo de seleção ou criação de situações investigativas exige do professor uma sensibilidade no planejamento da aula.

Referências

CARVALHO, A. M. P.; VANNUCCHI, A. I.; BARROS, M. A.; GONÇALVES, M. E. R.; REY, R. C. **Ciências no Ensino Fundamental**: o conhecimento físico. São Paulo: Editora Scipione, 1998.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké**, v. 3, n. 1, 1995. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877>. Acesso em: 19 mai. 2018.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

KALEFF, A. M. M. R. **Tópicos em ensino de geometria**: a sala de aula frente ao laboratório de ensino e à história da geometria. Rio de Janeiro: UFF/UAB/CEDERJ, 2008.

KNIJNIK, G.; BASSO, M. V. de A.; KLÜSENER, R. **Ensinando e aprendendo matemática com o geoplano**. Ijuí: Unijuí, 1996.

LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

MOREIRA, H.; CALEFFE, L. G. **Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador**. 2. ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

OLIVEIRA, H. M.; SEGURADO, M. I.; PONTE, J. P. da. Tarefas de investigação em matemática: histórias da sala de aula. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, VI. **Actas.** Portalegre: SPCE-SEM, 1998 (p. 107-125). Disponível em: <http://www.prof2000.pt/users/j.pinto/textos/texto10.PDF>. Acesso em: 30 ago. 2014.

VALE, I. **Materiais Manipuláveis**. Viana do Castelo: ESE, 2002.

Capítulo 6

O uso de materiais manipuláveis e os conceitos de volumes de prisma e pirâmide

Aparecida Ferreira Lopes • Fabíola Barcelos Risso • Josias Dioni Bravim • Rafael Barbosa • Sandra Aparecida Fraga da Silva

Introdução

O uso de materiais concretos para ensino de matemática não é uma prática recente. Comenius e Locke, no século XVII, já propunham o uso de materiais concretos para o ensino, assim como Pestalozzi e Montessori, entre outros, nos dois séculos seguintes. Contudo, a prática perdeu força durante o Movimento da Matemática Moderna (MMM). Com seu extremo rigor, o MMM acabou por exaltar o simbolismo em detrimento ao uso de materiais concretos, produzindo efeitos, inclusive no processo de ensino e aprendizagem de geometria, por enaltecer a álgebra (SILVA, 2009). Apesar disso, pesquisas envolvendo o uso de materiais concretos ressurgiram em vários olhares (VALE, 2002; LORENZATO, 2006; BRAVIM, 2016), indicando sua potencialidade para processos de ensino e aprendizagem.

No que tange à geometria, os PCN afirmam que

> A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. [...] se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1997, p. 55-56).

Assim, fica claro o reconhecimento da importância da geometria e a retomada de seu ensino a partir de materiais concretos, tanto nas pesquisas quanto nos documentos oficiais. Neste sentido, Kaleff (2003, p. 16) diz que "Ao visualizar objetos geométricos, o indivíduo passa a ter controle sobre o conjunto das operações básicas mentais exigidas no trato da geometria".

Moura (2000), indica uso de instrumentos simbólicos de modo intencional nos processos de ensino de matemática, segundo ele,

> Sendo objetivo do professor fazer com que os seus alunos aprendam os fenômenos físicos e sociais no seu entorno, ele deverá lidar com instrumentos simbólicos que permitirão intervir na natureza cognitiva dos alunos para que estes compreendam os conceitos em jogo (MOURA, 2000, p. 58).

Coadunamos com os autores, defendendo que materiais concretos possibilitam compreensão de conceitos e propriedades geométricas mais facilmente quando comparado com o puro tratamento simbólico. Uma vez que os atos de ensinar e aprender estão ligados às concepções e experiências individuais, o que permite fácil equívoco na exposição de um conceito ou propriedade. Este equívoco pode ser percebido quando de posse de um exemplar concreto o sujeito tem a possibilidade de realizar verificação de tal conceito ou propriedade. Não estamos limitando a questão da generalização, mas a importância dos materiais para o ensino de geometria.

A questão do tempo nos processos de ensino e aprendizagem é fundamental, porque há um currículo estabelecido para cada ano do ensino formal, mas ao contrário do que se pode pensar, o trabalho com materiais concretos não despende mais tempo que o trabalho tradicional, utilizando quadro e exercícios simbólicos. Sobre isso, Bravim (2016, p. 9-10) assevera que "[...] o uso de materiais concretos não trouxe prejuízo ao tempo de trabalho. Igualmente, envolveu os alunos de tal modo que se manteve o interesse pelo conteúdo durante todo o processo [...]" e que

> [...] o tempo gasto foi praticamente o mesmo que normalmente utilizo para explanar o assunto, sendo que, nesta metodologia, em nenhum momento precisei chamar a atenção de qualquer aluno para a aula ou para o cumprimento da tarefa, além de ter sido muito mais significativo ao aluno a forma como foi abordado, conforme disseram nas aulas (BRAVIM, 2016, p. 9).

Assim, observamos que os materiais concretos possibilitaram a interação dos alunos na tarefa desencadeadora de aprendizagem com mudança de qualidade no aprendizado, por meio de observações desse concreto, das discussões coletivas e da necessidade que sentiram em entender o processo de construção do conceito. Essa necessidade foi percebida pela pressa de chegarem a um resultado e pelos questionamentos feitos.

O estudo apresentado neste capítulo faz parte de uma disciplina do mestrado em Educação em Ciências e Matemática. Esta disciplina tem como objetivo geral analisar diferentes conceitos de Laboratório de Matemática e atividades investigativas utilizando materiais manipuláveis e jogos. Apresentamos a seguir um relato dessa experiência e a análise organizada por nós sobre o uso de materiais para trabalhar os conceitos de volumes de prisma e pirâmide.

Local e participantes da pesquisa

Este estudo foi desenvolvido em uma aula da disciplina Tópicos Especiais em Educação Matemática, no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), situado no Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes, campus Vitória. Esta disciplina optativa faz parte da organização curricular do programa de mestrado profissional em Educação em Ciências e Matemática (Educimat). Estiveram como orientadoras dessa disciplina as professoras Dra. Sandra Aparecida Fraga da Silva e Dra. Dilza Coco.

O planejamento da experiência aqui relatada foi feito por quatro alunos mestrandos num processo de intervenções e mediações e contou com outros mestrandos presentes, também cursistas da disciplina. A pesquisa foi desenvolvida com 18 alunos do segundo ano da escola pública estadual de Ensino Médio Rômulo Castello, localizada no município de Serra-ES com idade entre 16 e 18 anos. Essa turma tem um perfil participativo, com alguns alunos mais tímidos, que emitem menos opiniões, mas procuram cumprir as tarefas propostas. O nosso objetivo com a tarefa foi desenvolver atividades investigativas utilizando materiais manipuláveis para o ensino de matemática com alunos da educação básica. A pergunta que norteou o estudo de análise dessa experiência foi: “Os materiais manipuláveis realmente podem ajudar na aprendizagem do conteúdo: volume do prisma e da pirâmide?”.

Desenvolvimento e reflexões sobre a prática

Van de Walle (2009) propõe que a aula tenha três momentos: antes, durante e depois. Seu estudo diz que no primeiro momento é preciso que o professor se certifique que os alunos estejam preparados para a atividade proposta. Essa questão foi considerada quando o professor responsável pela turma no planejamento relatou que os alunos estudaram previamente em sua escola os conceitos de grandezas e área.

Levando em consideração conhecimentos já trabalhados pelos alunos e tendo em vista que seriam importantes para a compreensão e desenvolvimento da proposta, iniciamos com a pesquisa. Durante o desenvolvimento, os alunos trabalharam, discutiram e os mestrandos acompanharam se estavam entendendo a proposta e se todos estavam inseridos e envolvidos. O papel do professor, neste caso o mestrando que estava à frente conduzindo as discussões, foi fundamental nas mediações, nas proposições para gerar discussões do coletivo e intervenções: motivando, induzindo a reflexões, verificando se houve compreensão da proposta e intervindo quando achava que era relevante, para que o aluno compreendesse e buscasse alcançar o objetivo. Durante a resolução, os alunos trabalharam e o professor acompanhou, observou e se certificou de que todos estavam envolvidos na tarefa. No terceiro momento, que foi a socialização do processo de desenvolvimento, eles foram indagados a responderem o porquê chegaram às conclusões sobre o volume do prisma e da pirâmide. O professor ouviu todos os grupos, sem fazer observações antes que todos fossem ouvidos. Houve uma explanação de cada grupo. Percebíamos que na fala de um grupo o outro já colocava o seu contraponto caso assim fosse enriquecendo ou levantando discussões relevantes. Tinham pressa em saber “porque o outro grupo pensou de forma diferente?”. Somente ao final de todo esse processo, o professor formalizou os novos conceitos e conteúdos construídos. Lembrando que os alunos estudaram previamente em sua escola os conceitos de unidades de medidas, polígonos e área.

No LEM/Ifes, organizamos os 18 alunos em trios, distribuindo algumas placas de mesmo tamanho, em forma de quadrado, recortadas em EVA para cada grupo. Foram realizados questionamos sobre: O que é um quadrado? Como sabemos se uma figura é quadrada ou não? Quais as características de um quadrado? O que vocês sabem em relação aos lados e aos ângulos? Inicialmente, alguns disseram ser “uma figura com quatro lados iguais”, ao que um aluno corrigiu dizendo que eram “lados congruentes”. Concordamos, mas insistimos, provocando se isso era suficiente para dizer que é um quadrado. Falamos da questão dos lados serem paralelos, lembrados dos paralelogramos e finalmente discutimos a questão da importância dos ângulos internos serem todos congruentes. Verificamos a importância da mediação, intervenção, discussão coletiva, interação e acompanhamento do desenvolvimento do raciocínio do aluno. Até este momento, estávamos compreendendo o que sabiam sobre os conceitos necessários para o estudo. Depois de terem dado as características do quadrado, continuamos com as questões, pois ainda queríamos ressaltar uma característica importante: o quadrado é uma *figura plana*. Questionamos se a placa que seguravam era um quadrado. Alguns disseram que sim, porque todos os lados tinham a mesma medida. Questionamos esse fato, pois não haviam realizado a medição e ainda se essa era a única característica necessária para ser um quadrado. Frente a isso, distribuímos réguas, e assim, puderam comprovar que os lados tinham a mesma medida. Algumas placas tinham pequenas distorções, com variações de até 1 milímetro. Aproveitamos o fato para falar sobre o erro inerente a qualquer processo que envolve medição com instrumentos físicos e arredondamentos necessários para facilitar o trabalho com os objetos concretos.

Perguntamos, novamente, se era um quadrado e todos disseram que sim. Aí dissemos que o losango possui quatro lados iguais e não é um quadrado. O que vocês podem dizer agora sobre isso? É possível termos duas formas diferentes e com mesmas características? O que difere então o quadrado do losango? E assim fomos mediando até perceberem que os ângulos do quadrado e do losango são distintos e que para ser quadrado precisa de ter os quatro ângulos retos. Assim depois de observarem que o objeto que tinham possuía além de lados iguais também ângulos iguais a 90°, concluíram que as placas tinham a forma de um quadrado. Chamamos a atenção para o fato do quadrado ser uma figura *plana* e mostramos que, por mais fino que seja o EVA, ainda assim, apresenta uma espessura que chamamos de altura. Sendo assim, não pode ser uma figura plana, pois possui três dimensões. Eles demonstraram compreender o que falávamos. Então, dissemos que a placa era uma *representação* do quadrado e que consideraríamos ela como tal, embora soubéssemos que, efetivamente não era um quadrado. Essa discussão foi importante para o próximo momento, quando, a partir do empilhamento das placas quadradas, propusemos o cálculo do volume de um prisma.

Solicitamos que cada grupo calculasse a área de uma placa. Em seguida, que empilhassem várias placas, confeccionadas com o mesmo tamanho. A partir daqui, começamos com mediações, induzindo os alunos a pensarem em outras possibilidades a partir das respostas dadas por eles.

Quadro 1 – Questionamentos sobre empilhamentos

Alunos: Estamos diante de um sólido.
Professor: Que sólido seria esse?
Pararam, refletiram, alguns responderam, olharam uns para os outros mas ao final todos concordaram.
***Alunos*:** Prisma.
***Professor*:** Sim, isso mesmo, é um prisma de base quadrada. E aí, como poderíamos, então, calcular o volume desse prisma?
***Alunos*:** Multiplicando a área da base pela altura.
Professor: Por quê? E se ao invés de multiplicarmos a área da base somássemos cada um dos quadrados que foram empilhados? Não seria a mesma coisa?
Alguns silenciaram, outros foram convictos ao dizerem.
Alunos: Não seria a mesma coisa.

Fonte: Dados dos autores

Neste momento, foi necessário mostrar a eles, no quadro, o que aconteceria se ao invés da multiplicação tivéssemos feito a soma. Foi dito que se somássemos estaríamos somando áreas. Portanto, estaríamos no plano e não no espaço, como era o caso do prisma. Orientamos que medissem com a régua, a altura do prisma formado e que fizessem o cálculo do volume daquele prisma. Na sala tínhamos grupos com quadrados distintos em relação ao tamanho dos lados. Isso nos deu resultados distintos. Os resultados foram diferentes não apenas por esse detalhe, mas também porque os materiais utilizados na construção dos quadrados eram de espessuras diversas e assim geraram alturas diferentes. Conversamos com eles sobre o ocorrido. Depois que todos efetuaram o cálculo e narraram como aconteceu e compararam com os resultados de outros grupos, seguimos ampliando os estudos. Apresentamos a pirâmide. Levamos esses sólidos em acrílico e perguntamos se para calcular o volume deveríamos proceder da mesma forma.

Quadro 2 – Volume da pirâmide

Professor: Para calcularmos o volume desta pirâmide temos então que multiplicar a área da base pela altura?
Alunos: Não!
Professor: Por que não?
Alunos: Porque ela é mais fina que o prisma.
Professor: Então como faríamos? Vocês acham que dentro da pirâmide cabe mais que dentro do prisma?
Alunos: Não. Cabe menos.
Professor: Menos quanto? Vocês conseguem imaginar?

Fonte: Dados dos autores

Observem que usavam como parâmetro a metade ou um pouco mais que a metade. Neste momento, propomos que eles fizessem essa investigação na prática com os materiais disponibilizados. Cada grupo teria a oportunidade de medir com água (o material permitia isso) e fazer a comparação. Não dissemos qual dos dois sólidos eles encheriam e como fariam essa comparação. Falamos que eles poderiam usar os dois sólidos.

O grupo já havia sido subdividido em outros quatro subgrupos. Cada grupo foi orientado a ir até a pia, que existe no LEM, para que pudessem iniciar sua pesquisa que se tratava da comparação da quantidade de líquido em cada um dos sólidos e a relação entre essas quantidades. Sendo assim, os alunos foram em quatro grupos na pia do laboratório para realizar a comparação do volume. Inicialmente, fizeram a comparação entre os volumes do prisma quadrangular com o da pirâmide quadrangular.

Eles utilizaram estratégias diversas para realizar a comparação. O primeiro grupo encheu a pirâmide e ia transferindo o líquido para o prisma. Esse grupo conseguiu realizar essa transferência enchendo três vezes a pirâmide e colocando no prisma. No entanto, perceberam que faltava um “pouco” para completar o volume do prisma. O segundo grupo realizou o processo inverso, encheram o prisma e transferiram o líquido para a pirâmide. Também, perceberam que faltava uns 2 cm para a água completar a altura total da pirâmide. O terceiro grupo fez uso de uma garrafa pet para auxiliar no processo de comparação, entretanto, chegou à mesma conclusão do segundo grupo. O quarto grupo, utilizou a mesma estratégia do primeiro, com isso, chegou à conclusão de que a água que estava contida na pirâmide cabia três vezes dentro do prisma, mas observou que a quantidade não era exata, faltava um pouco mais de água para completar o volume do prisma.

O objetivo desta proposta foi conjecturar e descobrir a fórmula para o cálculo do volume do prisma e da pirâmide fazendo comparações. A estratégia foi encher a pirâmide de água e despejar no prisma. Os alunos perceberam a relação de "um terço" que existe entre o volume da pirâmide e o volume do prisma.

Em seguida, foi a vez de comparar o volume do cilindro com o volume do cone. Utilizaram a mesma estratégia, encheram o cone de água e despejaram no cilindro. Vale lembrar que a comparação dos volumes foi com os sólidos correspondentes, ou seja, de base e altura de mesma medida. Depois de cada grupo realizar a comparação, houve alguns questionamentos, como:

Quadro 3 – Comparação entre os volumes

***Professor*:** Vocês conseguiram perceber a relação que existe entre o volume da pirâmide e o volume do prisma?
***Alunos*:** Sim! É aproximadamente um terço do volume do prisma.
***Professor*:** Na verdade, não é aproximadamente, é exato! Isso aconteceu por conta da imprecisão dos sólidos utilizados.
***Professor*:** E o volume do cone?
***Alunos*:** Também é um terço do volume do cilindro.
***Professor*:** Essa relação só vale para os sólidos de base quadrada e circular? E se fosse de base triangular? Pentagonal? Retangular?
Os alunos ficaram quietos neste momento, houve alguns sussurros dizendo que sim. O professor, então, concluiu que a relação vale para outros prismas de bases diferentes.
***Professor*:** E se alturas do prisma e da pirâmide forem diferentes?
***Alunos*:** Não, professor. Neste caso não será mais um terço.

Fonte: Dados dos autores

Com isso, os alunos mostraram indícios de mudança na aprendizagem da relação que existe entre o volume da pirâmide e do prisma; e também, do volume do cilindro e do cone. O objetivo nessa etapa foi descobrir a relação de “um terço” que existe entre esses objetos empiricamente. Essa etapa foi após a discussão do Princípio de Cavalieri desenvolvido anteriormente quando eles calcularam o volume do prisma e do cilindro.

Considerações finais

Os materiais utilizados durante a aula no laboratório são de acrílico e possuem um orifício para a entrada de líquido, o que permite estudar e analisar a capacidade e o volume dos mesmos. O material proporciona uma visualização tridimensional, tornando mais eficiente e didática o processo de ensino e aprendizagem no estudo da geometria envolvendo volume de determinados sólidos geométricos. Ressaltamos que é importante testar os materiais previamente para não ocorrerem imprevistos que podem ser evitados durante a aula. Como exemplo, verificar se o sólido possui buracos. Isso impediria realizar as comparações com água. Ou ainda que não possuam as medições indicadas e que atrapalharia a experimentação.

Inicialmente, segundo o professor da turma, os alunos mostraram-se tímidos com o espaço do laboratório e com a presença de tantas pessoas (mestrandos e outras professoras). Entretanto, no decorrer do desenvolvimento da aula, conseguiram romper o silêncio e começaram a participar mais ativamente da aula. Observamos que os alunos gostaram de manipular os materiais e realizarem as experiências. Tendo em vista a dificuldade dos estudantes em relação à matemática, pudemos notar um maior envolvimento dos alunos com a tarefa proposta, em detrimento às aulas convencionais, nas quais se utiliza apenas exposição oral e desenhos que não se pode manipular. Os alunos quando indagados, relataram que gostaram da aula.

Com as atividades desenvolvidas, percebemos que os materiais manipulativos ofereceram aos alunos uma possibilidade de visualização e de representação de relações matemáticas. Por vezes, enquanto professores, tenta-se por meio de uma aula tradicional com quadro e pincel fazer com que os alunos compreendam os fatos matemáticos envolvidos. Segundo Grando (2015, p. 395), “[...] o seu uso não se justifica, somente, por envolver os alunos e motivá-los à aprendizagem, mas mobilizá-los a estabelecer relações, observar regularidades e padrões, pensar matematicamente”. Sabemos das limitações dessa experiência e como os professores precisam ampliar as discussões para que os alunos possam ampliar suas aprendizagens. Entretanto, defendemos que iniciar a discussão sobre esse assunto com experimentação contribui para compreensões acerca dos conteúdos.

No contexto educacional, os materiais manipulativos conferem ao espaço escolar uma atmosfera de contato com o concreto, perfazendo, assim, da prática à teoria. Neste processo, o aluno vislumbra as relações matemáticas que envolvem os objetos estudados. Além disso, acredita-se que a utilização de materiais didáticos, em especial o material manipulável, promove um diálogo entre os sujeitos envolvidos. Vale salientar que neste processo, há interação entre os educandos, na qual conseguem tirar dúvidas entre os pares. Sendo assim, uma aula com recursos de material concreto auxilia no aprendizado de conteúdos e possibilita vincular teoria e prática no contexto escolar.

Deve ser observado que a simples inserção de materiais concretos em sala de aula, sem que o professor faça uma análise de alguns elementos para a sua utilização, pode trazer algumas desvantagens. Ao planejar o uso de materiais manipuláveis em sala de aula, o professor deve estar atento a elementos característicos daquele público, como exemplo: se o material proposto está adequado para a faixa etária do aluno, se o conteúdo vinculado ao material está situado no currículo daquela série, entre outros. É importante que o professor conheça os alunos e seu contexto social, para que o material e a situação didática proporcionada sejam bem explorados, pois, “quando se usa manipuláveis há o perigo de que os alunos fiquem apenas pela manipulação” (VALE, 2002, p. 19).

Entende-se que o professor deva elaborar tarefas que provoquem a reflexão dos alunos sobre suas ações e erros, exercitando a capacidade de resolver problemas e tomar decisões eficazes. Construindo, assim, relações entre diversos tipos de ações e reações frente a um objeto.

Vale (2002) defende que os materiais manipuláveis são:

> [...] ajudas significativas para a aprendizagem em qualquer dos estádios. As imagens mentais e as ideias abstractas dos alunos são baseadas nas suas experiências. Assim os alunos que vêem e manipulam vários tipos de objectos têm imagens mentais mais claras e podem representar ideias abstractas mais completamente do que aqueles cujas experiências são mais pobres (VALE, 2002, p. 14).

Fica clara a intenção de que conceitos matemáticos devem ser aprendidos com apoio de materiais concretos. Contudo, é importante que o material concreto seja elaborado e construído pelo professor e pelo aluno, para que o docente num processo de mediação possa auxiliar o aluno na aprendizagem. Isso torna a aprendizagem muito mais rica para os estudantes, pois a "[...] construção de materiais na sala por professores e alunos é uma experiência única de interação em que professores e alunos aprendem" (VALE, 2002, p. 20).

Com esse trabalho, foi possível perceber os benefícios trazidos do material concreto a uma aula de matemática, como exemplo: a motivação dos alunos e a interação professor-aluno. É importante salientar que o "professor que nunca aprendeu matemática de um modo ativo e nunca trabalhou com materiais pode ter dificuldade ao tentar usar os manipuláveis na aula pela primeira vez" (VALE, 2002, p. 24). Todavia, como observamos no decorrer desse trabalho, tudo deve ser planejado e bem elaborado para que o professor tenha sucesso em sua aula. Reforçamos ainda Moura (2000) quando defende que "é no coletivo que se terá o referencial de qualidade das ações do indivíduo e da coletividade; são os sujeitos indicadores de mudanças na qualidade de ser professor". Com isso, afirmamos que houve mudança não só na aprendizagem dos alunos mas também naqueles que fizeram parte do processo de ensino, o professor e mestrandos participantes. O processo desenvolvido precisa de interação, nesse sentido coadunamos com Lopes (2017) pois, "acreditamos que nesse meio de mediação e interação o professor reflete sobre o seu caminho, sobre o seu fazer". Então todos refletiram, alunos e professores, e mostraram indícios de mudança nesse caminho de busca pela compreensão do conteúdo estudado por meio de materiais manipuláveis.

Referências

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRAVIM, J. D. **Experiência com o uso de materiais manipuláveis para o ensino de simetrias.** Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4936_4152 _ID.pdf>. Acesso em: 15 nov. 2016.

GRANDO, R. C. Recursos didáticos na educação matemática: jogos e materiais manipulativos. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, ISSN 2236-2150, v. 5, n. 2, 2015.

KALEFF, A. M. M. R. **Vendo e entendendo poliedros**: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos. Niterói: Editora da Universidade Federal Fluminense, 2003.

LOPES, A. F. **Movimento formativo de professores dos anos iniciais sobre frações e seus diferentes significados e suas relações com o ensino.** Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Cefor, Instituto Federal do Espírito Santo, 2017.

LORENZATO, S. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis.** In: LORENZATO, Sérgio (Org.). O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006.

MOURA, M. O. de. **O educador matemático na coletividade de formação**: uma experiência com a escola pública. (Tese de Livre Docência/ FEUSP). Universidade de São Paulo, 2000.

SILVA, S. A. F. **Aprendizagens de professoras num grupo de estudos sobre matemática nas séries iniciais**. 364 p. Tese (Doutorado em Educação). Programa de pós graduação em Educação. Universidade Federal do Espírito Santo – UFES: Vitória, 2009.

VALE, I. **Materiais manipuláveis**. Viana do Castelo: ESEVC-LEM, 2002. Disponível em: <https://ipvc.academia.edu/IsabelVale>. Acesso em: 10 nov. 2016.

VAN DE WALLE, J. **A matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução de Paulo Henrique Calonese. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Capítulo 7

Multiplicação de monômios e polinômios utilizando o Algeplan:

uma experiência no laboratório de ensino de matemática

Gisély de Abrêu Corrêa • Everton Murilo da Vitória Olario • Wasley Antonio Ronchetti • Dilza Côco

Laboratório de ensino e aprendizagem da matemática

Como situado em outros textos deste livro, a experiência relatada neste capítulo inicia-se nas aulas da disciplina de Tópicos Especiais em Matemática, do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat), do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes). A ideia inicial proposta pelas professoras da disciplina era trazer o embasamento teórico por meio das discussões sobre o Laboratório de Ensino de Matemática, que serviriam de aporte no desenvolvimento das ações práticas. O debate inicial tinha como objetivo levantar questionamentos acerca do que é um laboratório e das diferentes concepções de laboratório de matemática. A partir daí, buscamos embasamento nas ideias de Rodrigues e Gazire (2015), que dizem que laboratórios ligados ao ensino e aprendizagem da matemática têm sido objetos de estudo de várias pesquisas em educação matemática e que, nestas pesquisas, muito se tem discutido sobre diferentes concepções de laboratório, seus objetivos, papel e importância na formação de professores, bem como as diferentes propostas de sua utilização nas diversas instituições de Ensino Superior comprometidas com a formação de professores.

Lorenzato (2006) comenta sobre a importância do professor para que o espaço do laboratório de ensino de matemática possa atender a proposta. Compactuando com este autor, Rodrigues e Gazire (2015, p. 114-115) destacam que:

> [...] muitos destes laboratórios possuem diferentes propostas de utilização, umas mais teóricas, outras mais práticas, algumas em

> tecnologia da informação e comunicação e outras não. O autor revela que, diante dessa variedade de concepções, destaca-se a importância do papel professor como um agente mediador na construção de um conhecimento significativo.

Diferentes recursos são buscados para tornar as aulas de matemática mais interessantes e agradáveis e assim facilitar aos alunos o acesso às informações que lhes permitam explorar a realidade, de participar e interferir de maneira positiva na sociedade em que vivem. Dentro dessa perspectiva, surgiu a compreensão de Laboratório de Matemática como um espaço em que é necessário a busca de novas metodologias, com objetivo de oportunizar aos alunos complementarem sua aprendizagem por meio de aulas diferenciadas.

Lorenzato (2006, p. 6) apresenta diferentes definições para laboratório de matemática. Uma delas é como: “Um local para guardar materiais essenciais, tornando-os acessíveis para as aulas; neste caso é um depósito/arquivo de instrumentos, livros, materiais manipuláveis, transparências, filmes, matérias-primas, e instrumentos para confeccionar materiais didáticos”. Outra definição é que o laboratório pode se tornar um espaço organizado com a colaboração de educandos e educadores. Neste espaço, os alunos poderão realizar diferentes atividades, desenvolver suas ideias e sua criatividade, realizar estudos, pesquisas, tirar suas dúvidas em relação aos conteúdos e aos problemas que lhes foram propostos. No LEM, os professores poderão planejar suas aulas, realizar experimentos, avaliações, aprimorando assim a prática pedagógica. Ainda de acordo com o autor, o LEM deve “ser o centro da vida matemática da escola”, “um lugar onde os professores estão empenhados em tornar a matemática mais compreensível aos alunos”, “uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático” (LORENZATO, 2006, p. 6-7)

Evidencia-se que independente dos objetivos que estejam sendo propostos, nunca podemos esquecer da importância do papel do professor nesse ambiente; atuando como mediador nesse processo de aprendizagem dos alunos, sempre tendo como norteador de suas ações o planejamento das atividades propostas, tendo como um dos seus objetivos a facilitação da compreensão de conceitos e propriedades matemáticas (OSHIMA; PAVANELLO, 2010).

Ainda de acordo com Oshima e Pavanello (2010), um outro ponto que destacamos é que a maioria das escolas públicas não possuem um espaço próprio para organizar e guardar esses materiais. Os professores não têm a sua disposição um local apropriado para desenvolverem essas atividades pedagógicas, para elaborar e propiciar aulas diferenciadas aos alunos e para desenvolver sua formação continuada. Um LEM não surge da noite para o dia, como em um passe de mágica. Ele é fruto da construção de todos os integrantes da escola, onde todos possam contribuir para não ser apenas um projeto temporário, mas um ambiente de integração, interação e aprendizado de todos aqueles que se propõem a utilizar esse espaço (OSHIMA; PAVANELLO, 2010).

Materiais manipuláveis em aulas de matemática

Há diferentes materiais que podem ser utilizados para facilitar a aprendizagem matemática dos estudantes. Entre eles encontramos os materiais manipuláveis, também chamados de materiais concretos, materiais manipulativos ou materiais multissensoriais. Utilizamos o termo materiais manipuláveis, de acordo com a definição de Reys (1971), citada por Nacarato (2005, p. 3) "[...] objectos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objectos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objectos que são usados para representar uma ideia".

Foi Pestalozzi, no século XIX, quem primeiro defendeu o uso de materiais manipuláveis no ensino, partindo do pressuposto que a educação deve iniciar com ações concretas sobre os objetos e experimentações (NACARATO, 2005). Na década de 1920, segundo Fiorentini (1995), inicia-se no Brasil o discurso em prol do uso de recursos didáticos nas aulas de matemática, marcado pela tendência empírico-ativista, consequência do movimento escolanovista, em que o aluno passa a ser o centro do processo, e não mais o professor, como no modelo tradicional vigente. Os métodos de ensino partem do pressuposto de que se aprende a fazer fazendo. Fiorentini (1995) também destaca que o ensino da matemática é fortemente influenciado pelo associacionismo, teoria de aprendizagem que surge nos Estados Unidos no início do século XX, que defende que a criança aprende associando os sinais matemáticos a suas verbalizações e aos objetos que os representam. Esse é um viés empírico-sensualista que, para Fiorentini (1995), ainda está muito presente nos livros didáticos e concepções dos professores de matemática.

Fiorentini e Miorin (1990) destacam a contribuição de Montessori (1870-1952) influenciada fortemente pelos pressupostos de Pestalozzi, ao propor uma didática especial (ativa) para a matemática. Segundo os autores

> A médica e educadora italiana, Maria Montessori, após experiências com crianças excepcionais, desenvolveria, no início deste século, vários materiais manipulativos destinados a aprendizagem da matemática. Estes materiais, com forte apelo a "percepção visual e tátil", foram posteriormente estendidos para o ensino de classes normais (Fiorentini; Miorin, 1990, p. 2-3).

Alguns dos materiais montessorianos mais conhecidos são o "material dourado", os "triângulos construtores" e os "cubos para composição e decomposição de binômios, trinômios". Eles demandam a ação direta da criança e foram elaborados para que essa, por si só, seja capaz de perceber seus erros ao manipulá-los. Sugerimos um aprofundamento posterior das particularidades da metodologia montessoriana, pois esse não é objetivo deste artigo.

Fiorentini e Miorin (1990) trazem as contribuições de Castelnuovo (1970) ao defender que o material concreto deve ter como finalidade de

> [...] "exercitar as faculdades sintéticas e analíticas da criança"; sintética no sentido de permitir ao aluno construir o conceito a partir do concreto; analítica porque, nesse processo, a criança deve discernir no objeto aqueles elementos que constituem a globalização. Para isso o objeto tem de ser móvel, que possa sofrer uma transformação para que a criança possa identificar a operação – que é subjacente (p. 82-91).

Uma das discussões presentes na disciplina Tópicos Especiais em Matemática transcorreu acerca do termo "material concreto". Concordamos que os materiais manipuláveis se tornam concretos para os estudantes, e por que não para os professores também, quando os sujeitos envolvidos são capazes de estabelecer relações de sentido com os objetos sobre os quais precisam agir. Fiorentini e Miorin (1990) chamam a atenção para o fato de que não basta escolher estes ou aqueles materiais manipuláveis para o ensino da matemática, pois é fundamental que haja clareza sobre quais concepções estão subjacentes ao uso desse material. Nesse sentido, os autores destacam a importância do papel do professor ao propor o uso dos materiais manipuláveis em suas aulas e a necessidade de se resguardar o objetivo principal das aulas de matemática: ensinar matemática:

> Ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um 'aprender' mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e por que faz. Muito menos um 'aprender' que se esvazia em brincadeiras. Mas um aprender significativo do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade (FIORENTINI; MIORIN, 1990, p.4).

Os materiais manipulativos podem ser fundamentais para que os estudantes aprendam, mas, em alguns momentos, mais do que o material, a forma como ele é construído e as discussões que envolvem o seu uso na resolução das situações propostas, ou vivenciadas, é que possibilitará que ele possa aprender.

Dentre os diferentes materiais escolhemos o Algeplan, que é um material manipulável, formado por quarenta figuras planas, quadrados e retângulos, e tem por objetivo relacionar a geometria e a álgebra. Sua ideia principal é realizar operações com polinômios a partir das áreas de suas figuras. Pode ser construído em diferentes materiais. Para este trabalho apresentamos a oficina que realizamos com esse material no LEM.

A oficina

A oficina "Multiplicação de Monômios e Polinômios, utilizando o Algeplan" ocorreu no dia 24 de novembro de 2016 (quarta-feira) no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) do Ifes/campus Vitória. Foi realizada com 13 estudantes de uma turma do curso técnico de segurança do trabalho, integrado com o Proeja, do Ifes/campus Vitória. Foram 6 alunos e 7 alunas, sendo uma delas deficiente visual, que chamaremos de Rose. Para manter as identidades não identificadas, os demais serão identificados por 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12. A oficina teve início com as professoras da disciplina fazendo uma discussão com os estudantes, para analisarmos qual era o conhecimento deles com relação a monômios e polinômios. A conversa começou por instigá-los sobre o significado das palavras monômio e polinômio e, à medida que falavam, provocava-os ainda mais.

> [Professora 1] Vocês sabem o que é monômio e polinômio?
>
> [Aluno 2] Deve ser um e dois.
>
> [Professora 1] Muito bem, é por aí o caminho. Quando falamos em monômio e polinômio estamos nos referindo a álgebra, e esse é o assunto que vamos trabalhar. Mas o que é álgebra? Vocês lembram?

[Silêncio]

[Professora]Eu falei que a gente iria trabalhar com o quê?

[Aluno 8] Álgebra.

[Professor 1] Então o que vocês acham que tem a ver? O que é álgebra? O que vocês acham que se estuda na álgebra?

[Silêncio]

[Professor 2] Vamos então mudar a pergunta: o que estuda a matemática?

[Aluno 1] Números.

[Aluno 6] Equações, fórmulas, geometria.

[Professora 2] Só tem números na matemática? Ou tem outras coisas também?

[Aluno 3] Tem letras também!

[Professor 1] E como que entram as letras?

[Aluno 8] Nas equações.

[Professor 1] Me dá um exemplo de equação?

[Aluno 8] $2x + 5$

[Professor 1] Alguém tem mais exemplos de equação?

[Silêncio]

[Professor 1] Aqui gente, não existe certo ou errado. O que tem aqui é pensar juntos, aprender juntos. O certo ou errado faz parte do processo. Mas e ai, tem alguém que consegue dar outro exemplo de equações?

[Silêncio]

[Professor 1] Lá nas matérias técnicas vocês utilizam equações?

Nesse momento os alunos 8 e 9 fazem um diálogo entre eles e com a voz baixa, aí um dos membros do grupo que escreve este trabalho ouviu e diz em voz alta:

[Membro 1] O que foi que você lembrou sobre o extintor?

[Aluno 8] Nós fizemos um trabalho de segurança, na feira que teve, e apresentamos um trabalho sobre brigada de incêndio e aí tinha umas áreas pra ser calculada.

[Professora 1] Aí tem uma fórmula?

[Aluno 8] Sim!

[Professora 1] E você acha que essa fórmula é equação?

[Aluno 8] Sim!

[Professor 1] Alguém mais lembrou alguma coisa? Lembra o que é álgebra, monômio ou polinômio?

[Aluno 5] É mais que um...

[Professor 1] Mais que um o quê?

[Silêncio]

[Professor 1] Estamos tentando chegar lá. Aquilo que vocês falaram que está lá no quadro: $2x + 5$. O que significa aquilo?

[Aluno 1] Uma equação do segundo grau.

[Professora 1] $2x + 5$ é uma equação do segundo grau?

[Aluno 1] Sim!

[Aluno 6] Estou na dúvida!

[Professor 1] Por quê? Você acha que é, ou que não é?

[Os alunos iniciam uma discussão sobre ser equação do segundo grau ou não. Falam vários ao mesmo tempo onde se percebe que eles falam sobre os coeficientes numéricos, até que no final encerra-se com essa frase:

[Aluno 1] Pra ser equação, eu acho que tem que ser igual a zero.

[Professor 1] Ela falou uma coisa muito importante agora. Ela falou que acha que não é equação, pois para ser equação tem que ser igual a zero, ou igual a outra coisa. Vocês concordam?

[Novamente os alunos discutem entre si por alguns instantes até a professora intervir]

[Professor 1] Ela falou que por não ter igual a zero, eu não tenho uma equação. E ela está certa. Eu só tenho uma equação quando tenho uma igualdade. A palavra equação, vem de equacionar, de igualar. Mas também existe o $2x + 5$ sem nada, sem igualar a zero por exemplo, e aí chegamos a um polinômio. E nós podemos falar que temos dois termos?

[Alunos] Sim

[Professor 1] O $2x$, onde está o 2 acompanhado do x e o 5 que está sozinho. Quando a gente junta essas duas coisas, eu tenho um polinômio. E o que seria um monômio?

[Aluno 4] Um número e uma letra?

[Professor 1] Muito bem. É um número e uma parte literal, que pode ter uma ou mais letras.

Após esse diálogo, assumimos a condução da oficina, onde relatamos que iríamos desenvolver a operação de multiplicação de monômios e polinômios, mas usaríamos um recurso que atende pelo nome de Algeplan, que é um material manipulável e poderia contribuir com a aprendizagem deles nesse processo.

Antes de propor as atividades, apresentamos a todos os alunos o Algeplan (Figura 1). Que é um material formado por figuras geométricas (quadrados e retângulos), onde deve-se estabelecer o valor de cada lado e quais são as áreas de cada figura. Explicamos que o Algeplan tem como objetivo resolver expressões algébricas por meio de áreas de suas figuras.

Figura 1 – Algeplan

[Membro 2] Como podemos perceber, o Algeplan é formado por quadrados e retângulos, e, como foi desenhado lá no quadro, precisamos utilizar todos as mesmas medidas nas figuras. Vamos começar com essa daqui. Que figura é essa aqui?

[Alunos] Quadrado.

[Membro 2] E quanto vale a área desse quadrado?

[Alunos] x^2

[Membro 2] E como fazemos pra achar a área de um quadrado?

[Aluno 6] Multiplica um lado pelo outro.

[Membro 2] Então quanto mede cada lado desse quadrado amarelo?

[Aluno 6] x

[Membro 2] Isso aí. Então temos um quadrado amarelo de lado x e de área x^2. Essa é a primeira regra. Vamos agora pegar essa figura de cor vermelha. Que figura é essa?

[Aluno 4] Quadrado.

[Membro 2] Quanto vale a sua área?

[Aluno 3] 1^2

[Membro 2] Se, para achar a área do quadrado eu preciso multiplicar um lado pelo outro e se tenho um quadrado de área 1^2, quanto vale cada lado então?

[Alunos] 1

[Membro2] Que figura é essa azul?

[Alunos] Quadrado.

[Membro 2] Qual a sua área?

[Alunos] y^2

[Membro 2] E quanto vale cada lado então?

[Alunos] y

[Membro 2] Depois vamos para o verde. Que figura é essa?

[Alunos] Retângulo.

[Membro 2] Lá no quadro está indicando a sua área que é xy. Como faço para achar essa área mesmo?

[Aluno 6] É só multiplicar um lado pelo outro, a base pela altura.

[Membro 2] Então concluímos que o retângulo verde possui área xy e lados de medidas x e y.

[Membro 1] E qual lado vale x e qual lado vale y?

[Aluno 4] A base mede x.

Nesse momento, para responder essa dúvida, recorremos ao quadrado de área x^2.

[Membro 2] Quanto vale mesmo o lado desse quadrado amarelo?

[Alunos] x

[Membro 2] Se cada lado desse quadrado vale x, e esse retângulo verde tem lados x e y, como podemos definir qual o lado do retângulo vale x?

[Aluno 6] Se as figuras possuem lado com a mesma medida x, esses lados têm que ter a mesma medida.

[Membro 2] Exatamente. Então concluímos, no retângulo verde, que o lado maior vale x e o lado menor vale y. Vamos agora a figura laranja. Que figura é essa?

[Alunos] Retângulo.

[Membro 2] Qual a área que está indicada lá no quadro?

[Alunos] $1x$

[Membro 2] E quando valem os lados então?

[Alunos] 1 e x

Aqui trabalhamos a mesma ideia, para saber qual lado vale x e qual lado vale 1. Pegamos o quadrado vermelho de lado 1 e fizemos a comparação dos tamanhos dos lado, e assim chegamos à conclusão que o lado maior vale x e o lado menor vale 1.

[Membro 2] E para finalizarmos as peças, que figura é essa roxa?

[Alunos] Retângulo.

[Membro 2] Quais as medidas dos seus lados?

[Alunos] 1 e y

[Membro 2] Então a área desse retângulo vale $1y$. Na dúvida de qual lado apresenta qual valor, basta compararmos com outra figura. Se eu pego o quadrado de área 1^2, onde cada lado vale 1, eu comparo com o retângulo roxo e concluímos que o lado maior vale y e o lado menor vale 1. Entendido?

[Alunos] Sim

[Membro] Então, pessoal, essas são as peças que compõem o Algeplan e são por elas que iremos resolver as atividades seguintes.

Figura 2 – Apresentação do Algeplan para os alunos

Rose, por ser deficiente visual, ia apalpando as peças para perceber suas características, conforme essas eram destacadas.

Começamos a propor atividades de multiplicação de monômios:

1 – Construir um retângulo de lado $2x$ e $3x$;

2 – Construa um retângulo de lado 3 e $2x$;

3 – Construa um retângulo de área $8xy$. Determine sua largura e altura.

No decorrer da primeira atividade, percebemos que os alunos estavam sem conseguir começar a desenvolver as tarefas. Identificamos que o Algeplan era um material desconhecido para eles. Então a professora de Tópicos Especiais nos solicitou que resolvêssemos a primeira atividade, para que os alunos começassem a entender como era o procedimento. Por sugestão também da professora, orientamos que eles adotassem o seguinte procedimento para realizar a multiplicação: que representassem os lados a serem multiplicados, um lado na vertical e outro na horizontal, onde o produto final seria o preenchimento desse espaço, a área, o que poderia vir a contribuir com a resolução das questões e do entendimento. Percebemos que durante o desenvolvimento das questões houve dúvidas dos alunos na hora de efetuar algumas multiplicações.

Um aspecto que nos chamou atenção foi que Rose conseguiu apropriar-se das características das figuras e relacionar as dimensões entre elas mais rapidamente do que os demais estudantes. Enquanto o restante dos colegas virava-se com frequência para o quadro a fim de identificar qual a cor da peça 1 ou das demais peças, Rose já tinha isso de memória.

Outro fato que nos instigou foi a ação de Rose de assoprar as peças. Não tivemos oportunidade de perguntar-lhe o motivo dessa ação, mas levantamos a hipótese sobre a busca por mais elementos sensoriais que enriquecessem suas possibilidades e como, dependendo da área da figura, isso facilitaria sua percepção.

Encontramos no Portal Brasil (2016) o relato sobre um equipamento, SoundSee, que está sendo desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC) da Universidade de São Paulo (USP), em São Carlos, para que pessoas com deficiência visual possam perceber obstáculos por meio do som, usando a capacidade de sentir a posição de onde o som vem. "O aparelho detecta objetos ao redor da pessoa e produz sons, via fone de ouvido". Segundo o professor do ICMC, Francisco José Mônaco,

> [...] é interessante saber como criar sons que permitam ao usuário sentir a geometria do ambiente e verificar como é possível propiciar uma substituição sensorial que, de certo modo, permita ao deficiente visual enxergar por meio do som (BRASIL, 2016).

Ficamos pensando que som produzido quando Rose assoprava as peças poderia ser um fator que a auxiliava a "enxergar" as peças, a exemplo do que pretende fazer o SoundSee em proporções maiores. Todavia, nos manteremos apenas no campo das suposições, pois seria necessário um diálogo posterior, seguido de nova experiência com Rose, para verificação.

Propusemos também algumas atividades envolvendo a multiplicação de polinômios, como:

1 – Construa com o Algeplan um retângulo de lados $2x$ e $(x + 1)$;

2 – Construa com o Algeplan um retângulo de lados $(2y + 1)$ e $(x + 2)$;

3 – Construa com o Algeplan um retângulo de lados $3y$ e $(x + 2)$.

Seguem alguns dos momentos da realização da oficina.

Figura 3 – Alunos manuseando o Algeplan

Figura 4 – Alunos desenvolvendo atividades com o Algeplan

Figura 5 – Alunos desenvolvendo atividades com o Algeplan

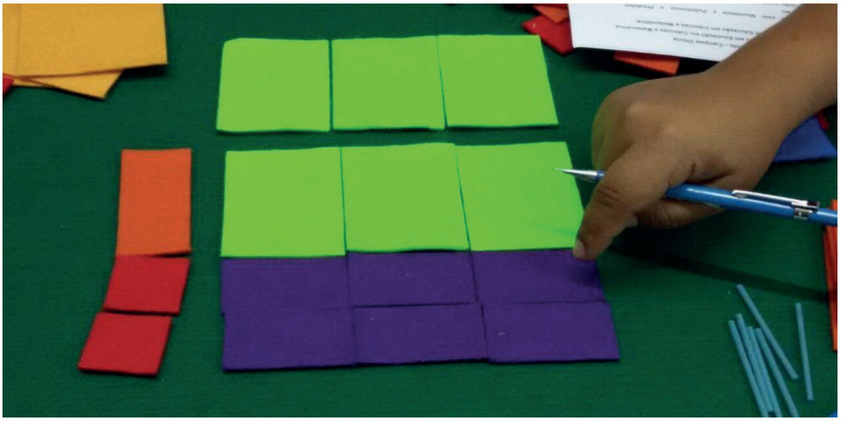


Figura 6 – Resultado da multiplicação de monômios 3 e 2*x*

Figura 7 – Resultado da multiplicação de polinômios e $2x$ e $x + 1$

No momento de desenvolver as operações com polinômios, percebemos que houve dificuldade dos alunos em montar os lados, de escrever os polinômios por meio das somas. Observamos que em algumas situações, como no polinômio da Figura 5, ao montar o lado $2x$, por exemplo, eles ficavam na dúvida de determinar o lado $2x$ pelo lado do quadrado amarelo ou pelo retângulo laranja. Não intervínhamos durante esse processo, pois eles mesmos percebiam que, ao final, não conseguiriam montar os retângulos que seriam as respostas das multiplicações.

Outro fato importante que destacamos se refere ao momento que os alunos determinavam a área das multiplicações, e em especial na multiplicação dos polinômios, pois eles tinham dificuldade em entender que a resposta era o somatório das peças que formavam o retângulo. Com as intervenções realizadas, conseguimos conduzi-los ao entendimento da resposta. Percebemos que, no início, eles consideravam apenas a figura total e não compreendiam que todas as figuras que estavam formando o retângulo formavam a resposta final da multiplicação.

Após o desenvolvimento de todas as atividades propostas, fizemos um momento de diálogo com os alunos para que pudéssemos ouvir o que acharam da oficina, da manipulação do Algeplan e de todo o contexto a que eles foram submetidos.

> [Aluno 13] Eu gostei porque é uma maneira diferente da gente aprender, sair um pouco daquela rotina da matemática que quase todo mundo conhece, e a atividade aqui foi uma forma da gente brincar e aprender ao mesmo tempo.

> [Aluna 11] Eu gostei que dessa maneira aqui ficou mais fácil pra mim compreender, porque eu tenho muita dificuldade em matemática.
>
> [Professora 1] E você acha que ficou mais fácil?
>
> [Aluna 11] Ficou muito mais fácil calcular a área aqui. Se fosse só nos números aqui da folha, eu teria queimado bastante a cabeça e talvez não teria conseguido fazer, e desse jeito aqui eu peguei bem rápido.
>
> [Aluno 7] Eu achei legal assim, da gente ter feito uma coisa na prática, como na prática mesmo, porque a matemática é teórica e dificilmente... A gente faz uma coisa na prática às vezes, mas assim mesmo na prática, é como se a gente tivesse praticando a matemática.
>
> [Professora 1] Alguém já tinha relacionado para vocês essa questão de multiplicação de monômios e polinômios com área de alguma coisa?
>
> [Aluno 1] Não!
>
> [Aluno 2] Também não.

Por fim a professora do mestrado explicou que os antigos resolviam esse tipo de questão sem usar a álgebra, e, sim, servindo-se da geometria. Depois, com o passar do tempo, a maneira algébrica, que é ensinada nas escolas hoje, foi sendo elaborada.

Considerações finais

A busca por metodologias alternativas que possam contribuir para a aprendizagem dos alunos, tornando o ensino da matemática menos mecânico e mais satisfatório, encontra no uso de materiais manipuláveis uma perspectiva que vem ao encontro desses objetivos. É importante obter novas estratégias que auxiliem a prática do professor no seu dia a dia, a fim de contribuir com o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes. Assim, não pretendemos que o uso dos materiais manipuláveis seja apresentado como a única maneira possível de alcançar resultados mais satisfatórios.

As opiniões muitas vezes divergem quanto à utilização desses materiais manipuláveis. De um lado, há um grupo que defende sua utilização, por acreditar que, aliados à metodologia já desenvolvida pelo professor e embasados em um planejamento totalmente elaborado por ele, onde constem todas as propostas a serem desenvolvidas com esses materiais, há enormes possibilidades de se obter êxito. Por outro lado, há os que acreditam que, ao se trabalhar com materiais manipuláveis, deixa-se de abordar os conceitos matemáticos essenciais, comprometendo o aprendizado do aluno.

Por meio da experiência que vivenciamos na oficina de multiplicação de monômios e polinômios no Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática, utilizando o Algeplan, ficou bem claro que o material manipulável, além de despertar o interesse do grupo de estudantes, facilitou a realização das operações com monômios e polinômios, principal objetivo da aula. Além disso, o material possibilitou a inclusão da estudante com deficiência visual durante toda aula, pois ofereceu condições para que ela se apoiasse no tato para realizar as operações indicadas. A utilização do LEM permitiu a exploração do recurso proposto e a interação dos estudantes.

Quando a proposta a ser trabalhada é antecedida por um planejamento com todas as descrições das atividades que o professor pretende fazer, quais os objetivos que se quer alcançar e com conhecimento das características dos estudantes, haverá grande probabilidade de que a atividade seja exitosa e prazerosa para os alunos. As falas dos próprios estudantes ao final da atividade evidenciaram isso, pois relataram sobre como a oficina com materiais manipuláveis contribuiu para tornar mais claro algo que eles muitas vezes não compreendiam. A atividade desenvolvida indicou que o uso de materiais manipuláveis, como parte de uma sequência de atividades planejadas, alinhado a outras práticas desenvolvidas pelo professor, poderá alcançar resultados mais satisfatórios, contribuindo para a aprendizagem da matemática.

Nossos agradecimentos aos estudantes e seus respectivos professores que se dispuseram a participar dessa proposta no Laboratório de Ensino e Aprendizagem da Matemática.

Referências

BRASIL, Portal. **Tecnologia com sons ajuda cegos a perceberem objetos**. Ciência e Tecnologia, 2016. Disponível em: <http://www.brasil.gov.br/ciencia-e-tecnologia/2016/02/tecnologia-com-sons-ajuda-cegos-a-perceberem-objetos>. Acesso em: 11 dez. 2016.

FIORENTINI, D.; MIORIN, M. Â. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática. **Boletim da SBEM-SP**, São Paulo, v. 4, n. 7, p. 5-10, 1990. Disponível em: <http://www.drb-assessoria.com.br/1UmareflexaosobreousodemateriaisconcretosejogosnoEnsinodaMatematica.pdf>. Acesso em: 11 dez. 2016.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké: revista de educação matemática.** Campinas, SP, v. 3, n. 4, p. 1-38, out. 1995. ISSN 2176-1744. Disponível em: <http://ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/view/2561/2305>. Acesso em: 11 dez. 2016.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio (Org.). **Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

NACARATO, A. M. N. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**. V. 9, p.1-6, 2005.

OSHIMA, I. S.; PAVANELLO, M. R. **O laboratório de ensino de matemática e aprendizagem da geometria**. 2010. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/232-4.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2016.

RODRIGUES, F. C.; GAZIRE, E. S. Os diferentes tipos de abordagem de um laboratório em matemática e suas contribuições para a formação de professores. **Revemat**: revista eletrônica de educação matemática. Florianópolis (SC), v. 10, n. 1, p. 114-131, 2015.

Capítulo 8

Uma experiência no campo aditivo com auxílio do aplicativo multibase

Vito Rodrigues Franzosi • Luciene Torezani
• Emerson Clayton do Nascimento Miranda
• Rony Cláudio de Oliveira Freitas

Introdução

O processo de ensino e aprendizado auxiliado pelo uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) vem sendo fonte de pesquisas científicas nas últimas quatro décadas. Os resultados dessas pesquisas mostram que o uso pedagógico das TICs nos ambientes educacionais tem contribuído com o processo de ensino e de aprendizagem. É comum encontrarmos situações em que a curiosidade dá espaço à criatividade para representar e testar ideias ou hipóteses.

Para Moraes (2000, p. 21), o uso das TICs na educação, é um processo inevitável para a evolução do pensamento, "é pensar no amanhã, numa perspectiva moderna e própria de desenvolvimento, numa educação capaz de manejar e de produzir conhecimento". Assim, segundo esse mesmo autor, o uso pedagógico das TICs nas instituições de ensino, fará com que sejamos "contemporâneos do futuro, construtores da ciência e participantes da reconstrução do mundo".

Nesse sentido, a inserção das TICs no cotidiano da escola, está fomentando discussões e decisões importantes para os interesses do mundo educacional. Elas são propostas desafiadoras para as salas de aulas, pois permitem a colaboração entre pessoas próximas e distantes, de modo a ampliar a noção de espaço escolar e integrar os alunos e professores de países, línguas e culturas diferentes. Além disso, segundo Bairral (2010, p. 8), as TICs estimulam o professor a buscar conhecimentos técnicos e didáticos: "técnico porque há que ser capaz de manusear um novo recurso, didático porque há que compreender de forma profunda o modo de explorá-lo".

Este artigo tem sua origem dentro do contexto da inserção das TICs no processo de ensino e de aprendizagem. Ele fez parte de atividade conclusiva da disciplina "Tópicos Especiais em Matemática" do Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes). Essa atividade constituiu requisito parcial para obtenção de aprovação na disciplina. Sua finalidade foi o registro de um relato de experiência a partir da elaboração e aplicação de uma Sequência de Atividades (SA) em sala de aula. Para tanto, buscou-se relatar as experiências vivenciadas com os alunos do 4º ano do Ensino Fundamental da rede pública municipal da Prefeitura de Vitória – ES.

Com base em registros de observações anteriores, junto aos alunos de escolas públicas, um dos autores deste artigo propôs a construção do Aplicativo Multibase (AM), que foi usado pelos alunos durante uma oficina envolvendo os conceitos de números e operações do campo aditivo. O AM foi construído baseado na pesquisa de Freitas (2004) com objetivo de reportar para o mundo virtual o Material Dourado desenvolvido pela educadora italiana Maria Montessori, utilizado para ensinar conceitos de número e operações aritméticas.

Para a elaboração e aplicação da SA optamos pela metodologia de pesquisa qualitativa associada ao uso de jogos em sala de aula no processo de ensino e de aprendizagem dos conceitos de número e operações envolvendo o campo aditivo. As atividades realizadas com os alunos do 4° ano do Ensino Fundamental com o auxílio do AM nos proporcionaram uma visão de que podemos trazer elementos novos para a sala de aula sem abandonar o conteúdo a ser trabalhado, neste caso, um conteúdo matemático.

Tecnologias digitais e educação matemática

No mundo atual as evoluções tecnológicas imprimem incessantes mudanças nas organizações e no pensamento humano e revelam novas possibilidades no cotidiano das pessoas para ver, aprender e interpretar o mundo. O computador, o tablet e os smartphones tornaram-se instrumentos populares, e a internet vem se difundindo cada vez mais, promovendo fácil acesso à informação e o desenvolvimento de diferentes modos de representação e compreensão do pensamento.

A inserção das TICs na educação é um processo inevitável, pois elas fazem parte do cotidiano dos estudantes, professores e demais membros que compõem o universo escolar. Sendo assim, é pertinente a discussão de como a utilização desses instrumentos podem contribuir no processo de ensino e de aprendizagem. Para Almeida (2000, p. 32) as TICs não são as detentoras do conhecimento, como uma máquina skinneriana[1] do certo ou errado, mas sim "ferramentas tutoradas pelo aluno e que lhe permite buscar informações em redes de comunicação a distância, navegar entre nós e ligações, de forma não linear, segundo o seu estilo cognitivo e seu interesse".

Nessa ótica, o uso pedagógico das TICs, para Bittar e Freitas (2005, p. 36), contribui efetivamente para o processo de ensino e de aprendizagem da matemática de várias maneiras, tais como, "informações de fácil acesso e comunicação a distância, maior agilidade na realização das tarefas e novas possibilidades para a construção do conhecimento". Bittar (2000, p. 107) descreve que o uso de ferramenta tecnológica na sala de aula favorece o desenvolvimento intelectual, pois, "a construção do conhecimento se fundamenta em situações diferentes daquelas vivenciadas no ambiente papel e lápis".

Gravina e Santarosa (1998, p. 85), quando discutem essa temática, enfatizam que as tecnologias ajudam e aceleram o processo de construção do pensamento matemático, assim, "o suporte oferecido pelos ambientes, não só ajuda a superação dos obstáculos inerentes ao próprio processo de construção do conhecimento matemático, mas também pode acelerar o processo de apropriação de conhecimento".

Diante do que foi exposto, sobre o uso das tecnologias na educação, trazemos a reflexão acerca do AM como instrumento de auxílio ao processo de ensino e de aprendizagem matemática, pois acreditamos que esse aplicativo possa constituir uma ferramenta de ensino e, consequentemente, de aprendizagem de maneira prazerosa e lúdica.

O aplicativo multibase

A intenção inicial de criar o AM foi desenvolver um ambiente capaz de auxiliar os estudantes na aprendizagem do conceito de números e de operações aritméticas sem a pretensão de limitar o seu uso apenas para esse fim. Por isso, ele deveria garantir uma dimensão lúdica e ao mesmo tempo atraente para as crianças, principais usuários do aplicativo. Nesse sentido, pensou-se um ambiente que não trouxesse atividades prontas, mas que permitissem o planejamento e o uso da intencionalidade do professor. Com essa ação, pretendia-se

1 Skinner dedicou-se à análise funcional do comportamento em situações criadas em laboratório para descrever e controlar fenômenos observáveis. Propôs um método de aprendizagem por instruções programadas através do uso de uma máquina de ensinar que prevê uma única resposta para um determinado estímulo.

instigar as crianças ao exercício da independência, da confiança em si mesma, da concentração, da coordenação e da ordem.

Também se teve como premissa, propiciar um meio para que o professor pudesse desenvolver experiências concretas e estruturadas e conduzir gradualmente as abstrações, percebendo os possíveis erros que as crianças cometem ao realizar as atividades com o uso do material. Desta maneira, tornava-se possível exercitar os sentidos delas. Portanto o AM foi desenvolvido abrangendo essas exigências e apresentando peculiaridades como:

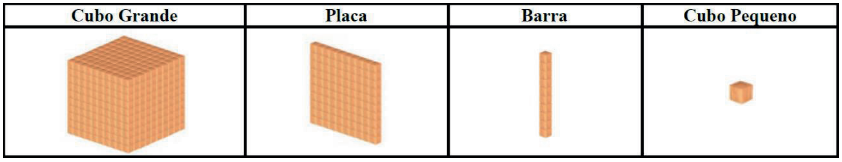
- Possui características construtivistas presentes no Material Dourado Montessori;
- Trabalha com o sistema de numeração em diferentes bases numéricas;
- Apresenta um ambiente para trabalhar com o Quadro Valor Lugar (QVL) e outro ambiente que possui uma área para que as peças possam ser arrastadas livremente em qualquer posição;
- Permite que todas as ações realizadas pelos alunos durante o uso do AM sejam registradas. Esses registros ajudam o professor a compreender o raciocínio utilizado pelo aluno para desenvolver as atividades propostas;
- Possui uma interface amigável com comandos intuitivos e com a gráfica visual simples, isto é, os componentes virtuais são similares às peças do Material Dourado e de fácil manuseio para os usuários, uma vez que os objetos são arrastados simplesmente com o toque do dedo na tela do tablet;
- Deve ser instalado no sistema operacional Android.[2]

As peças virtuais (Figura 1) que compõem o AM foram idealizadas em base ao QVL[3] (Quadro Valor Lugar), isto é, em base aos conceitos de unidade, dezena, centena e milhar. Para representar a unidade adotamos a figura de um cubo pequeno, para a dezena uma barra, para a centena uma placa e para o milhar, um cubo grande.

2 Android é um sistema operacional baseado no núcleo do Linux para dispositivos móveis, desenvolvido pela Open Handset Alliance, liderada pelo Google e outras empresas.

3 O QVL é um instrumento de aprendizagem em matemática, geralmente usado nos anos iniciais do ensino fundamental. Auxilia na introdução dos conceitos de unidade, dezenas e centenas e no processo de contagem, formação dos números e operações matemáticas.

Figura 1 – Peças virtuais do AM



Fonte: Elaborada pelos autores, 2016.

O jogo na sala de aula de matemática

Na sala de aula de matemática, o jogo pode trazer algumas contribuições como a maior concentração para a realização das atividades, a agilidade para o raciocínio lógico, a confiança nos próprios atos e a melhoria do processo de interação social no meio em que o educando vive.

Usualmente ouvimos adultos, crianças e jovens afirmarem que não gostam de matemática, pois é uma disciplina de difícil compreensão. No entanto, se buscarmos o histórico de contatos dessas pessoas com a matemática, observaremos que elas se enquadram em uma ou mais das seguintes situações: i) não obtiveram experiências com os jogos matemáticos em sala de aula; ii) não foram motivados a aguçar o raciocínio para a crítica, a indagação ao que já se encontra pronto e definido; iii) a buscar novas respostas ou respostas diferentes do que já se tem como modelo. Neste sentido:

> [...] isso pode ser atribuído ao exagero no treino de algoritmos e regras desvinculados de situações reais, além do pouco envolvimento do aluno com aplicações da Matemática que exijam o raciocínio e o modo de pensar matemático para resolvê-las (DANTE, 1998, p. 13).

Envolver os estudantes com aplicações matemáticas que exijam o raciocínio e o modo de pensar matemático para resolvê-las constitui importante alternativa para aproximar o aluno ao conhecimento de matemática. Dessa forma, os jogos matemáticos estão conquistando cada vez mais espaço nas salas de aula e se apresentam como alternativas aos treinos exagerados de algoritmos. Além disso, oportunizam a diminuição do bloqueio da aprendizagem apresentado pelos alunos no aprendizado de determinados conteúdos.

Para tanto, é preciso também pensar a formação e atuação do professor frente ao planejamento das ações que envolvam os jogos nas aulas de matemática. Segundo Macedo et al. (2000, p. 17), “a questão não está no material, mas no modo como ele é explorado". Assim, o professor precisa pensar o jogo como uma atividade eficiente que o ajudará a auxiliar o aluno na descoberta de novas formas de pensar e conhecer. Essa preparação exige do professor um planejamento intenso e a descoberta das possibilidades de jogadas, das hipóteses que podem ser encontradas pelos alunos. Assim, é possível:

> [...] afirmar que o jogo propicia situações que, podendo ser comparadas a problemas, exigem soluções vivas, originais, rápidas. Nesse processo, o planejamento, a busca por melhores jogadas e a utilização de conhecimentos adquiridos anteriormente propiciam a criação de novos conhecimentos (SMOLE, 1996, p. 138).

Desta maneira, o professor terá condições de levar os alunos a pensar novas situações e a compreender caminhos diferentes para raciocinar o jogo e, consequentemente, o conteúdo matemático.

Neste universo diferenciado de planejamento a partir do jogo e, ainda, com a utilização do jogo nas aulas de matemática, concentram-se possibilidades positivas de aliar o conteúdo estudado ao vivido e experimentado, concretizando conceitos e testando novas maneiras de perceber o mundo. Neste sentido, é possível afirmar que:

> [...] por meio da troca de pontos de vista com outras pessoas que a criança progressivamente descentra-se, isto é, ela passa a pensar por uma perspectiva e, gradualmente, a coordenar seu próprio modo de ver com outras opiniões. Isso não vale apenas na infância, mas em qualquer fase da vida (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007, p. 13).

Assim, o uso do jogo na sala de aula de matemática, pode ser um recurso de ensino que influenciará na aprendizagem dos alunos de maneira positiva e eficaz. Além disso, poderá oportunizar bons resultados acadêmicos aos alunos. Neste sentido,

> Podemos dizer que o jogo serve como meio de exploração e invenção, reduz a consequência dos erros e dos fracassos da criança, permitindo que ela desenvolva sua iniciativa, sua autoconfiança, sua autonomia. No fundo, o jogo é uma atividade séria que não tem consequência frustrante para a criança (SMOLE, 1996, p. 137).

Podemos assim compreender que o jogo na sala de aula de matemática traz importantes contribuições ao desenvolvimento da criança em vários aspectos e, ainda, contribui com a motivação para aprender e o prazer para descobrir novos conhecimentos que não são possibilitados fora do contexto do jogo.

As operações no campo aditivo

O estudo das operações de adição e subtração, em diferentes situações problemas, segundo Vergnaud (2014), faz parte do campo aditivo. Isto é, os problemas aditivos e subtrativos estão associados ao campo aditivo, pois fazem parte de uma mesma família de operações, logo, não podem ser classificados separadamente. Para esse mesmo autor, os problemas cuja solução implica exploração de adição e subtração com diferentes graus de complexidade são identificados a partir de seis relações de categorias de base:

I. Primeira categoria: duas medidas se compõem para resultar em uma terceira;
II. Segunda categoria: uma transformação opera em uma medida para resultar em outra medida;
III. Terceira categoria: uma relação liga duas medidas;
IV. Quarta categoria: duas transformações se compõem para resultar em uma transformação;
V. Quinta categoria: uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo;
VI. Sexta categoria: dois estados relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo.

Para melhor compreensão, vamos descrever brevemente as seis categorias de relações aditivas idealizadas por Vergnaud (2014).

Primeira categoria (problemas de composição): a relação de composição aparece em problemas que juntam dois estados para obter um terceiro. Trata-se de situações em que basta "juntar" ou "tirar", sem que haja nenhuma transformação no ambiente, como mostra a Figura 2.

Embora os exemplos da figura 2 sejam considerados por Vergnaud (2014) com baixo grau de dificuldade, o autor destaca que algumas crianças, ao resolvem o problema do exemplo 2 da Figura 2, adicionam 13 ao 28 em função da forte imbricação entre adição e subtração.

Segunda categoria (problemas de transformação): o significado de transformação envolve uma ação ocorrida a partir da situação, de forma direta ou indireta, causando aumento ou diminuição de quantidade. O estado inicial da situação sofre uma transformação aditiva (ou subtrativa) para obter o resultado. Essa transformação é uma ação decorrente de verbos que fazem a transformação ser acrescida ou reduzida, como mostra a Figura 3.

Figura 2 – Exemplos de duas medidas que se compõem para resultar em uma terceira

Exemplo 1: ideia de "juntar".		
Em classe há 15 meninos e 13 meninas. Quantas crianças há nessa classe?		
Meninas	Meninos	Alunos
13	15	?

Exemplo 2: ideia de "separar" ou "tirar".		
Em classe com 28 alunos, há alguns meninos e 13 meninas. Quantos meninos há nessa classe?		
Meninas	Meninos	Alunos
13	?	28

Fonte: Elaborada pelos autores, 2016.

Figura 3 – Exemplos de transformações que operam em uma medida inicial para resultar em outra medida final

Exemplo 3: ideia de transformação positiva.		
Paulo tinha 20 figurinhas. Ele ganhou 15 figurinhas num jogo. Quantas figurinhas ele tem agora?		
Situação inicial	Transformação	Situação final
20	+15	?

Exemplo 4: ideia de transformação positiva.		
Paulo tinha algumas figurinhas, ganhou 15 no jogo e ficou com 35. Quantas figurinhas ele possuía?		
Situação inicial	Transformação	Situação final
?	+15	35

Exemplo 5: ideia de transformação positiva.		
Paulo tinha 20 figurinhas, ganhou algumas e ficou com 35. Quantas figurinhas ele ganhou?		
Situação inicial	Transformação	Situação final
20	?	35

Exemplo □:ideia de transformação negativa.		
□o início de um jogo, Pedro tinha algumas figurinhas. □o decorrer do jogo ele perdeu 12 e terminou o jogo com 25 figurinhas. Quantas figurinhas ele possuía no início do jogo?		
Situação inicial	Transformação	Situação final
?	□12	25

Exemplo □:ideias de transformação negativa.		
□o início de um jogo Pedro tinha 3□ figurinhas. Ele terminou o jogo com 25 figurinhas. □ □ue aconteceu no decorrer do jogo?		
Situação inicial	Transformação	Situação final
3□	?	25

Fonte: Elaborada pelos autores, 2016.

O fato de no enunciado aparecer a palavra "ganhar" em geral leva o aluno a pensar em adição, mas como podemos notar nos exemplos 4 e 5 da figura 3 a operação a ser realizada para chegar ao resultado é uma subtração. O mesmo ocorre com a palavra "perder", que em geral leva o aluno a pensar em subtração. Porém esse raciocínio pode estar equivocado, uma vez que no exemplo 6 da Figura 3 temos a palavra "perdeu" e o aluno deve efetuar uma soma para obter o resultado esperado.

Terceira categoria (problemas de comparação): neste caso, as quantidades são comparadas entre duas partes, no sentido de relacionar essas partes. No raciocínio de comparação, os valores não se transformam, somente se estabelece a ideia de uma comparação entre dois estados como mostram os exemplos da Figura 4.

Figura 4 – Exemplos de comparações entre quantidades

Exemplo 8: ideia de comparação positiva.

No final de um jogo, Paulo e Carlos conferiram suas figurinhas. Paulo tinha 20 e Carlos tinha 10 a mais que Paulo. Quantas eram as figurinhas de Carlos?

Paulo	Carlos	Comparação
20	?	10

Exemplo 9: ideia de comparação negativa.

Paulo e Carlos conferiram suas figurinhas. Paulo tinha 20 e Carlos tinha 7. Quantas figurinhas Carlos deve ganhar para ter o mesmo número que Paulo?

Paulo	Carlos	Comparação
20	?	10

Fonte: Elaborada pelos autores, 2016.

No geral, ao encontrar esse tipo de problema envolvendo comparação entre grandezas, as crianças manifestam a dificuldade com a operação a ser realizada, ou seja, elas “deparam com uma transformação que pode ser positiva ou negativa” (VERGNAUD, 2014 p. 207). Esse obstáculo revela que a ideia de comparar duas grandezas não é algo trivial para quem está iniciando no campo aditivo.

Quarta categoria (problema envolvendo duas transformações para resultar em uma transformação): problemas envolvendo a quarta categoria das relações aditivas têm níveis de complexidade maiores do que os discutidos nas categorias anteriores, pois o estudante deve aplicar duas transformações para obter o resultado, que por sua vez é também uma transformação.

Nos exemplos da Figura 5 temos os possíveis tipos de transformações desta categoria.

Figura 5 – Exemplos de transformações que se compõem para resultar em nova transformação

Exemplo 10: ideia de transformação positiva e positiva.

No início de um jogo, Paulo tinha 20 figurinhas. Na primeira rodada do jogo Paulo ganhou 15 figurinhas e em seguida ganhou mais 10 figurinhas. Quantas figurinhas Paulo têm após as duas primeiras rodadas do jogo?

Início	Transformação 1	Transformação 2	Transformação Final
20	+15	+10	?

Exemplo 11: ideia de comparação positiva e negativa.

Na terceira rodada do jogo Paulo ganha mais 15 figurinhas e na quarta rodada ele perde 20. Quantas figurinhas tem atualmente Paulo?

Início	Transformação 1	Transformação 2	Transformação Final
45	+15	-20	?

Exemplo 12: ideia de comparação negativa e positiva.

Na quinta rodada do jogo Paulo perde mais 10 figurinhas e na sexta rodada ele ganha 5. Quantas figurinhas tem atualmente Paulo?

Início	Transformação 1	Transformação 2	Transformação Final
40	-10	+5	?

Exemplo 1□: ideia de comparação negativa e negativa.

Na s□tima rodada do jogo Paulo perde mais 15 figurinhas e na oitava rodada ele perde 5. Quantas figurinhas tem atualmente Paulo?

Início	Transformação 1	Transformação 2	Transformação Final
□5	-15	-5	?

Fonte: Elaborada pelos autores, 2016.

Quinta categoria (problema envolvendo transformação e estado relativo): essa categoria de problemas envolve um estado relativo inicial onde o indivíduo A deve certa quantidade ao indivíduo B, portanto, parte-se de uma dívida a ser sanada.

Figura 6 – Exemplos de problema envolvendo transformação e estado relativo

Exemplo 14: ideia de transformação positiva de um estado relativo.		
Paulo devia 7 figurinhas a Carlos. Paulo devolveu 5 figurinhas a Carlos. Quantas figurinhas Paulo continua devendo a Carlos?		
Estado relativo (Paulo)	Transformação	Estado relativo (Carlos)
-7	+5	?

Exemplo 15: ideia de transformação positiva de um estado relativo.		
Paulo devia 7 figurinhas a Carlos. Paulo devolveu algumas figurinhas a Carlos e ficou devendo somente 2. Quantas figurinhas Paulo devolveu a Carlos?		
Estado relativo (Paulo)	Transformação	Estado relativo (Carlos)
-7	?	-2

Exemplo 16: ideia de transformação positiva de um estado relativo.		
Paulo devia algumas figurinhas a Carlos. Paulo devolveu 5 figurinhas a Carlos e ficou devendo somente 2. Quantas figurinhas Paulo devia a Carlos?		
Estado relativo (Paulo)	Transformação	Estado relativo (Carlos)
?	+5	-2

Fonte: Elaborada pelos autores, 2016.

Nesse tipo de problema temos uma transformação positiva. Paulo paga cinco figurinhas das sete que está devendo a Carlos, inferindo no estado relativo inicial, passando de menos sete para menos dois. A resolução dessa atividade requer uma maior atenção, pois envolve raciocínio no campo aditivo com número positivo (pagamento) e negativo (dívida).

Sexta categoria (problemas envolvendo estados relativos): essa categoria de problemas envolve um estado relativo inicial onde o indivíduo A deve certa quantidade para individuo B, porém o indivíduo B também deve uma certa quantidade para o indivíduo A. Portanto, parte-se de duas dívidas a serem sanadas.

Esses problemas apresentam os estados relativos iniciais de duas dívidas, Paulo deve figurinhas a Carlos, porém Carlos deve figurinhas a Paulo. Assim, a resolução de atividades como essas requerem a compreensão de que, uma dívida, mesmo remetendo a uma ação negativa, vai possuir um sinal positivo, como podemos constatar no exemplo 17 da Figura 7.

Na figura 8, apresentamos um resumo trazendo a visão na perspectiva tradicional de ensino das operações de adição e subtração e a perspectiva de Vergnaud (2014) do campo aditivo.

Figura 7 – Exemplos de problema envolvendo estados relativos

Exemplo 17: ideia de comparação positiva.		
Paulo devia 7 figurinhas a Carlos. Porém Carlos devia 5 figurinhas a Paulo. Quantas figurinhas Paulo continua devendo a Carlos?		
Estado relativo (Paulo)	Estado relativo (Carlos)	Estado relativo
-7	-5	?

Exemplo 18: ideia de comparação negativa.		
Paulo devia 7 figurinhas a Carlos. Porém Carlos devia algumas figurinhas a Paulo. Sabendo que Paulo continua devendo 2 figurinhas a Carlos. Quantas figurinhas Carlos deve a Paulo?		
Estado relativo (Paulo)	Estado relativo (Carlos)	Estado relativo
-7	?	-2

Exemplo 19: ideia de comparação negativa.		
Paulo devia algumas figurinhas a Carlos. Porém Carlos devia 5 figurinhas a Paulo. Sabendo que Paulo continua devendo 2 figurinhas a Carlos. Quantas figurinhas Paulo deve a Carlos?		
Estado relativo (Paulo)	Estado relativo (Carlos)	Estado relativo
?	-5	-2

Fonte: Elaborada pelos autores, 2016.

Figura 8 – Perspectiva tradicional e do campo aditivo para o ensino das operações de adição e subtração

	Perspectiva anterior	**Perspectiva do campo aditivo**
Enunciado	A incógnita está sempre no fim do enunciado (5 + 5 = ?; 16 – 3 = ?).	A incógnita pode estar em qualquer parte do enunciado (? + 5 = 10; 16 – ? =13).
Palavras-chave	Palavras como “ganhar” e “perder” dão certeza ao aluno sobre a operação a ser usada.	Não se estimula o uso. As crianças precisam analisar os dados do problema para decidir a melhor estratégia a ser utilizada (João tinha algumas bolinhas de gude, ganhou 5 num jogo e ficou com 15. Quantas bolinhas ele tinha antes?).
Como o aluno pensa	Para chegar ao resultado, é preciso saber qual operação usar (adição ou subtração).	Com várias possibilidades de chegar ao valor final, o aluno tem mais autonomia e o pensamento fica menos engessado.
Resolução	Está diretamente ligada à operação proposta no enunciado.	Está atrelada à análise das informações e à criação de procedimentos próprios.
Interação com o aluno	Cabe ao professor validar ou não a resposta encontrada.	O professor propõe discussões em grupo e o aluno tem recursos para justificar seus procedimentos
Registro	Conta armada.	O percurso do raciocínio é valorizado, seja ele feito com contas parciais, armadas ou não, desenho de pauzinhos ou outra estratégia.

Fonte: site nova escola (http://acervo.novaescola.org.br/fundamental-1/roteiro-didatico-adicao-subtracao-1-2-3-ano-matematica-637802.shtml?page=1), 2016.

Dessa forma, a perspectiva de Vergnaud do campo aditivo aponta para uma nova compreensão das operações de adição e subtração, pois permite ao aluno usar a sua autonomia para analisar os dados do problema e decidir a melhor estratégia a ser utilizada. Assim, todo o raciocínio do aluno é contemplado e valorizado e não somente a validação do resultado final certo ou errado.

Metodologia

No dia 23/11/2016, realizamos uma oficina com 23 alunos do 4° ano do ensino fundamental da Escola Municipal Adilson da Silva Castro, situada na Rua João Bastos Vieira, 50, Monte Belo, Vitória-ES, CEP 29053-220. Durante a oficina utilizamos o quadro branco, apagador, pincel, jogo Material Dourado e tablets com AM devidamente instalado.

As operações de adição e subtração na base decimal constituíam o conteúdo base para a realização da oficina. Para resolver os problemas propostos, os alunos tinham à disposição o Material Dourado Montessori e o AM. O objetivo da oficina foi apresentar o Material Dourado Montessori, algumas funcionalidades do AM e como os agrupamentos e desagrupamentos das peças virtuais do AM podem ajudar a resolver problemas do campo aditivo.

Inicialmente, os autores deste artigo apresentaram-se para a turma e fizeram um breve diagnóstico para perceber o conhecimento dos alunos sobre o conteúdo que seria abordado. Para nossa surpresa, a turma conhecia as noções de grupamentos da base 10 e já haviam tido contato com o Material Dourado Montessori.

Foi entregue, a cada dupla de alunos, um tablet com o AM instalado e feita a demonstração do funcionamento de comandos básicos necessários para utilizar a ferramenta em questão. Percebemos que os alunos não tiveram dificuldades em manusear o equipamento, haja vista que afirmaram que tinham o hábito de utilizar aparelhos de celular em casa. Pedimos para a turma adicionar 8 placas, 19 barras e 23 cubos pequenos no painel liso do AM de seus tablets, e que, após fazer os agrupamentos necessários na base 10, informassem qual foi o número formado. Nessa tarefa, quase toda a turma teve êxito, ao formar 1 cubo grande, 1 barra e 3 cubos pequenos, ou seja, o número 1013.

Após finalizamos a primeira tarefa, apresentamos o número 2123 no quadro branco e pedimos para a turma utilizar as peças virtuais do AM para representá-lo. Novamente, a maioria dos alunos concluiu com êxito a tarefa proposta.

Considerações finais

O objetivo deste artigo foi relatar as experiências vivenciadas com os alunos do 4º ano do Ensino Fundamental durante o desenvolvimento da oficina com jogos envolvendo os conceitos de números e operações do campo aditivo com auxílio do AM. Os jogos realizados com a turma priorizaram as manipulações das peças virtuais do AM com seus agrupamentos e desagrupamentos na base decimal.

A concepção do conceito de número e o significado do valor posicional dos algarismos que o compõem se deu pela utilização simultânea dos dois tipos de representações, a escrita indo-arábico e as peças virtuais do AM. Dessa maneira, ao relacionarem a escrita dos algarismos indo-arábicos às peças virtuais, os alunos visualizavam e se certificavam de que a posição do algarismo dentro do número representava um quantitativo específico de objetos.

Observamos também que as manipulações das peças virtuais, realizadas pelos alunos no AM, favoreceram a percepção da compreensão do conceito de número, uma vez que, ao arrastar as peças virtuais na tela do tablet para representar certa quantidade, o estudante utilizava a prática da contagem, essencial para tal entendimento.

As ações envolvendo os agrupamentos das peças virtuais do AM permitiram perceber quanto ao entendimento da operação de adição com reserva, uma vez que o aluno, ao executar essas ações, agrupa 10 peças da ordem inferior e as transforma em uma peça da ordem superior. Já as ações envolvendo os desagrupamentos permitem perceber quanto à compreensão da operação de subtração com reserva, visto que o aluno ao executar essas ações desagrupa a peça da ordem superior e a transforma em 10 peças da ordem inferior.

Nessa turma havia dois alunos que estavam sendo acompanhados por uma docente (cuidadora). Eles, segundo a professora, são atendidos como público da Educação Especial. Foram disponibilizados dois tablets para esses alunos, com uso individualizado. Foi possível perceber que a aprendizagem foi efetiva no tempo ampliado de cada um e com autonomia do pensamento. A mediação das professoras possibilitou a observação do sucesso desses alunos na compreensão dos conteúdos, nas respostas e nas interações com as peças virtuais do AM.

Nessa experiência, compreendemos que o jogo pode concretizar conhecimentos matemáticos de maneira lúdica, dinâmica e efetiva. Percebemos, nos momentos das atividades, que a interação entre os estudantes, fortalece o pensamento em equipe para aprimorar uma jogada e buscar o sucesso coletivo. O uso de jogos no ensino da matemática pode favorecer a melhoria dos resultados acadêmicos e a interação social inerente do ser humano.

Agradecimentos

Agradecemos o apoio financeiro dado pela Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Espírito Santo (FAPES) e pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) para o desenvolvimento do Aplicativo Multibase e para a compra dos tablets.

Referências

ALMEIDA, M. E. **Informática e formação de professores**. 1. ed. Brasília: Ministério da Educação, 2000. 93 p.

BAIRRAL, M. A. **Tecnologia informática, sala de aula e aprendizagens matemáticas**. 1. ed. Rio de Janeiro: UFFRJ, 2010. 136 p.

BITTAR, M. O uso de softwares educacionais no contexto da aprendizagem virtual. In: CONGRESSO DE EDUCAÇÃO E ARTE NO MUNDO DIGITAL, 11., 2000a, Campo Grande. **Anais**... Campo Grande: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2000. v. único, p. 103-113.

BITTAR, M.; FREITAS, J. L. M. **Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental**. 2. ed. Mato Grosso do Sul: UFMS, 2005. 269 p.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 1998.

FREITAS, R. C. O. **Um ambiente para operações virtuais com o material dourado**. 189f. Dissertação (Mestrado em Informática) – Universidade Federal do Espírito Santo, Programa de Pós-Graduação em Informática, Vitória, 2004.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. **A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados.** IV Congresso RIBIE, Brasília, 1998. Disponível em: <http://www.miniweb.com.br/ciencias/artigos/aprendizagem_mat.pdf>. Acesso em: 12 out. 2016.

MACEDO, L.; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. **Aprender com jogos e situações problema**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

MORAES, M. C. **O paradigma educacional emergente**. 4 ed. Campinas: Papirus, 2000.

SMOLE, K. S. **A Matemática na educação infantil**: a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre: Editora Artes Médicas, 1996.

SMOLE, K. S; DINIZ, M. I; MILANI, E. **Cadernos do Mathema**. Jogos de matemática de 6º a 9º ano. Porto Alegre: Artmed, 2007.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**. 3 ed. Curitiba: UFPR, 2014. 322 p.

Capítulo 9

Aprender jogando:

o jogo Awalé e suas contribuições na prática educativa

Joelma dos Santos Rocha Trancoso • Christiane da Silva Assis • Dilza Côco

Introdução

As metodologias de ensino e aprendizagem utilizadas no ambiente escolar nem sempre suprem as expectativas do valor e da utilização dos conhecimentos matemáticos, tornando as aulas pouco atraentes e por vezes mecanizadas, causando uma dificuldade de entendimento da aplicabilidade de conceitos matemáticos na vida. Desta forma, o papel do professor se resumiria a uma mera transferência de conhecimento, seja por via oral ou escrita, cabendo aos educandos se apropriarem dos conteúdos de uma forma maçante, com pouca ou sem nenhuma reflexão. Grando (2000) critica esse modelo educacional, afirmando que as metodologias caracterizadas por essa prática oferecem poucos resultados, além de objetivos que não seriam os mais relevantes e significativos para o indivíduo.

Nesse contexto, provocar e inserir metodologias de ensino diferenciadas pode proporcionar uma melhor aprendizagem. Segundo Grando (2000, p. 28) o jogo é um "[...] facilitador na aprendizagem de estruturas matemáticas, muitas vezes de difícil assimilação e também produtivo ao aluno, que desenvolveria sua capacidade de pensar, refletir, analisar, compreender conceitos matemáticos [...]". Desta forma, o jogo é uma excelente opção de recurso pedagógico para uma aula mais didática. Esse mesmo instrumento visto a partir do olhar histórico-cultural, em que "[...] o ser humano constitui-se enquanto tal na sua relação com o outro social" (OLIVEIRA, 1992, p. 24), merece um lugar de destaque na prática escolar. Neste mesmo sentido, Nascimento, Araújo e Migueis (2010, p. 121) afirmam que "[...] o jogo é uma atividade especial da criança, uma atividade fundamentalmente histórica e social", que permite a apropriação da cultura e leitura do mundo em decorrência da sua característica humanizadora.

O jogo Awalé (variação do jogo Mancala), de origem africana, trabalha alguns conceitos matemáticos, princípios, filosofias e aspectos culturais do continente africano e sua prática é justificada pela Lei 10.639 de 2003, que institui o ensino da cultura e história afro-brasileiras e africanas em todas as escolas do país. Nesse sentido a introdução desse tipo de jogo no contexto escolar, com inspiração na etnomatemática, que tem como perspectiva a valorização das diferentes formas de conceber a matemática em diversas culturas, promove a aproximação de situações relacionadas às questões étnico-raciais para além das datas comemorativas relacionadas ao tema, presentes no calendário escolar.

Por isso, impulsionadas pela demanda da disciplina de Tópicos Especiais em Matemática, que detinha como propósito a prática de oficinas com o uso de materiais manipuláveis e/ou jogos, temas debatidos durante a disciplina, esse trabalho se propôs, a partir de uma oficina com inspiração na etnomatemática, analisar as possíveis contribuições do jogo Awalé na prática educativa tomando como base a abordagem histórico-cultural, perpassando pela temática obrigatória de "História e Cultura Afro-Brasileira", instituída pela Lei nº 10.639/03, além de avaliar a aprendizagem de conceitos relacionados às operações básicas da matemática por meio da prática do jogo.

Jogos e brincadeiras numa perspectiva histórico-cultural

Ao nascer somos frágeis e incapazes de lidar com as situações cotidianas sozinhos, não somos capazes de nos alimentar, comunicar ou perceber nossa localização. Diferente das tartarugas recém-nascidas, por exemplo, que ao quebrar a casca do ovo já procuram o mar e nadam por instinto, precisamos de um adulto para nos proteger e cuidar, enquanto nos desenvolvemos. E é pelo contato com esse adulto e outros pares que vamos nos percebendo, nos familiarizando e nos formando.

É fato que somos diferentes dos animais, pois eles instintivamente já sabem o seu caminho e não modificam a sua realidade, enquanto nós vamos nos tornando humanos de acordo com o que/quem encontramos pelo caminho, e através do trabalho vamos modificando a nossa realidade. Rigon, Asbahr e Moretti (2010), a partir das obras de Marx, explicam o processo de humanização pautado na teoria histórico-cultural, cuja origem epistemológica está no materialismo histórico-dialético. A partir das ideias de Marx, essas autoras, consideram que

> [...] o humano é o resultado do entrelaçamento do aspecto individual, no sentido biológico, com o social, no sentido cultural. Ou seja, ao se apropriar da cultura e de tudo o que a espécie humana desenvolveu – e que está fixado nas formas de expressão cultural da sociedade – o homem se torna humano (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010, p. 15-16).

Nesse sentido, o uso de jogos e brincadeiras, em que estão inseridos regras, meios e modos de jogar, permite que a criança entre em contato com possíveis situações, as quais não seriam possíveis enquanto criança sem o intermédio do jogo. Essa experiência permite, de maneira lúdica, a apropriação da vida social, cultural e possibilita a tomada de decisões. Grando (2000) ressalta que:

> É no jogo e pelo jogo que a criança é capaz de atribuir aos objetos, através de sua ação lúdica, significados diferentes; desenvolver a sua capacidade de abstração e começar a agir independentemente daquilo que vê, operando com os significados diferentes da simples percepção dos objetos (GRANDO, 2000, p. 21).

Isso significa considerar a importância do uso de jogos que ampliem a experiência das crianças, a fim de proporcionar-lhes momentos de atividade criadora, constatando assim o caráter formativo do jogo para o ser humano. Pois o contato da criança com o jogo, com as regras e com seus pares, possibilita que ela se aproprie da cultura e se humanize.

Os jogos e brincadeiras, por si só, são instrumentos que motivam e estimulam as crianças durante a sua prática. Por serem atividades lúdicas proporcionam o prazer e a interação com seus pares. No entanto, é interessante pontuarmos que nem todo jogo ou brincadeira promove, mesmo no contexto escolar, a ação de ensino e aprendizagem, pois para que esse processo se concretize se faz necessária a intencionalidade do professor, que deverá utilizar-se dos conhecimentos já apropriados dos educandos para a aprendizagem dos conceitos que se pretende ensinar. De acordo com Moura (1992):

> Ao ensinar Matemática, fazemo-lo (ou deveríamos fazê-lo) com um objetivo determinado. Isto exige a intencionalidade por parte do

> educador. E a visão geral do processo de ensino requer que o dominemos, tendo em vista o sujeito que aprende (sujeito cognoscitivo) o conteúdo primeiro (conceitos já dominados pelo sujeito) e o conceito científico (aquele que se pretende sistematizar) (MOURA, 1992, p. 47).

A intencionalidade, apontada por Moura (1992), nos faz refletir enquanto educadores a respeito da utilização de jogos na sala de aula, pois sua prática sem uma intencionalidade que vá ao encontro de um objetivo torna-se uma ocasião que proporciona somente um momento de descontração promovendo o brincar pelo brincar. Dito isso, ao utilizarmos o jogo matemático como instrumento para a potencialização do processo de ensino e aprendizagem da disciplina, se faz necessário observar alguns critérios destacados por Moura (1992, p. 47). De acordo com esse autor, na prática que utiliza o jogo como ferramenta deve estar presente a sua função de auxiliar o ensino de conteúdos, propiciando a obtenção de habilidades, permitindo o desenvolvimento operatório dos alunos, além de promover o desenvolvimento da criança do conhecimento primeiro ao conhecimento elaborado.

Com esses critérios em mente, podemos pensar na escolha do tipo de jogo que promoverá o alcance dos objetivos propostos e também a sua aplicabilidade. Grando (2015) ressalta que há duas maneiras de propor o uso de jogos nas aulas de matemática. Na primeira, ocorre a partir do conteúdo eleito, em que o professor cria ou busca um jogo já existente que tenha como objetivo o ensino da matemática. Já na segunda, ocorre por meio de jogos de entretenimento ou jogos de passatempo de determinada cultura que não tenham como objetivo principal trabalhar a matemática, mas que, por meio de planejamento intencional, explora a matemática a partir do jogo. Quanto a essa última proposta com a utilização do jogo, Grando (2015) faz a seguinte análise:

> Nesse último caso o jogo é considerado o "conteúdo de ensino" e o conhecimento matemático *a partir* do jogo possibilita ao aluno melhorar sua atuação no jogo. Esse jogo é mais interessante do ponto de vista do interesse do aluno – porque é um jogo de entretenimento que faz parte de uma cultura lúdica – e porque os alunos atribuem um sentido à aprendizagem matemática: jogar bem. Esses jogos, na maioria das vezes, são de estratégia e possibilitam a elaboração de procedimentos vencedores. A matemática se encontra impregnada em tais estratégias, procedimentos (GRANDO, 2015, p. 4).

A preferência por esse tipo de jogo considerado conteúdo de ensino se dá pela possibilidade de se trabalhá-lo na perspectiva da resolução de problemas. De acordo com Moura (1992, p.50), "Quando consideramos a resolução de problemas e o jogo objetos de desenvolvimento, podemos constatar algumas semelhanças que fazem com que ambos se aproximem muito enquanto estratégias de ensino". Moura (1992) assim descreve essas semelhanças:

> Na definição de jogo e problema podemos detectar a primeira semelhança, encontrada no sujeito que executa a ação. Para ele, só haverá jogo se nele se instalar a vontade de jogar, se ele entrar na brincadeira. Da mesma forma, o problema só é problema se o indivíduo sentir-se desestruturado (psicologicamente); o problema só é problema se ele é do indivíduo. Contraditoriamente, o jogo e o problema não estão só no indivíduo – eles são gerados por uma ação externa, são consequência das ações desencadeadoras no meio externo e que causam um conflito cognitivo: no jogo, o conflito é 'competir'; no problema, o conflito é resolvê-lo (MOURA, 1992, p. 50).

Com essas definições/comparação entre o jogo e a resolução de problemas, podemos entender que ambos são conhecimentos em processo, e que tanto um quanto o outro são promovidos a partir de ações desencadeadoras. No caso da resolução de problema, como uma situação estática a ser resolvida, enquanto nos jogos, de maneira mais dinâmica, já que novas situações e problemas são desencadeados a todo momento.

Grando (2015) também faz a relação das semelhanças entre o jogo e a resolução de problemas, destacando que

> O cerne da resolução de problemas está no processo de elaboração de estratégias, levantamento de hipóteses, problematização, registro e análise/validação de resoluções. No jogo ocorre fato semelhante. Ele representa uma situação-problema determinada por regras, em que o indivíduo busca a todo o momento, elaborando estratégias, procedimentos e reestruturando-os, vencer o jogo, ou seja, resolver o problema. Esse dinamismo característico do jogo é o que possibilita identificá-lo no contexto da resolução de problemas (GRANDO, 2015, p. 5).

Nesse sentido, podemos destacar que este tipo de jogo intencional utilizado em aulas propicia o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas que estão em movimento. Proporcionando assim, a criação de estratégias e antecipações de possíveis situações, a fim de alcançar o objetivo que é vencer o jogo. Com isso, une-se o útil, que são os conteúdos matemáticos, trabalhados e aprimorados por meio do jogo, ao agradável, que se dá pela prática pedagógica divertida e estimulante.

A etnomatemática como inspiração da prática do jogo Awalé

Ao entendermos a matemática como criação humana, fruto das necessidades do ser humano, é seguro afirmar que a sua construção se deu de forma pulverizada tanto no tempo quanto no espaço, tendo em vista que as necessidades, por sua natureza e definição, não se concentraram em um só local ou espaço de tempo. Contudo, a matemática retratada nos livros segue a tendência eurocêntrica em detrimento dos outros jeitos de ser, perceber e tratar a matemática pelo mundo.

Nesse sentido, a proposta da etnomatemática vai ao encontro desse questionamento, ao evidenciar as várias maneiras do "fazer matemático", pois considera a produção cultural de cada povo, seus modos de entender, suas formas de resolver problemas, suas maneiras de conjecturar, interpretar e explicar tudo aquilo que acontece na natureza e na própria sociedade. Segundo D'Ambrosio:

> [...] etno é hoje aceito como algo muito amplo, referente ao contexto cultural, e portanto inclui considerações como linguagem, jargão, códigos de comportamento, mitos e símbolos; *matema* é uma raiz difícil, que vai na direção de explicar, de conhecer, de entender; e *tica* vem sem dúvida de techne, que é a mesma raiz de arte e de técnica. Assim, poderíamos dizer que Etnomatemática é a arte ou técnica de explicar, de conhecer, de entendermos diversos contextos culturais (D'AMBROSIO, 1997, p. 5).

D'Ambrósio (2001) também contextualiza a etnomatemática como um programa de apoio pedagógico de ensino de matemática que valoriza as culturas antigas e seus conhecimentos adquiridos ao longo de sua existência. Essa perspectiva de encontro, troca e valorização cultural dos modos de fazer matemática contribui para a aceitação e a representatividade dos vários povos e culturas que sempre foram preteridos por um modelo único de matemática.

O jogo Awalé

O Mancala é um nome genérico que é dado por antropólogos a muitos jogos existentes na África, todos com um mesmo estilo, várias semelhanças e origem muito antiga. Essa prática trata do jogo Awalé, uma das variações do Mancala, cuja prática promove princípios humanizadores capazes de construir o respeito ao próximo e a partilha. Segundo Forde (2008):

> O awalé, como é nomeado na Costa do Marfim, é um jogo de tabuleiro presente em diversos países africanos, cujo princípio se baseia na redistribuição contínua das sementes, isto é, a movimentação das peças/sementes assimila o sentido de semeadura e de colheita, que nos permite aproximar da mãe África. Trata-se de um jogo de raciocínio milenar, que utiliza sementes do Baobá, cuja dinâmica é metáfora do plantar e colher, e, por meio das regras, podemos conhecer aspectos de algumas filosofias africanas (FORDE, 2008, p. 109-110).

O jogo proporciona grande interação entre os jogadores, visto que cada jogada depende da jogada anterior, o que estimula o pensamento e auxilia no desenvolvimento do raciocínio lógico independente. O sentido do jogo Awalé é promover uma socialização agradável, o mais prazeroso do jogo se dá pelo encontro com o outro, mais do que ganhar ou perder o importante é compartilhar. Forde (2008, p. 110) ressalta que "O objetivo não é destruir o adversário, como outros jogos ocidentais como o xadrez ou a dama. Quem tem as sementes deve entregar uma das suas, pois nunca se pode deixar o adversário com fome." Além disso, o jogo em questão propicia o pensamento estratégico e um contato com a cultura e a história do povo africano relacionando com as questões étnico-raciais, comprovando que a matemática se faz presente em diversas culturas.

A ação didática e uma breve análise

A intervenção foi realizada em uma turma de 4º ano do ensino fundamental de uma escola pública localizada no município de Vitória-ES. Participaram da aula 13 meninas e 7 meninos, totalizando 20 alunos com idades entre 9 e 11 anos. A ação didática ocorreu no turno vespertino, com duração de 5 horas, nas quais buscamos trabalhar os conteúdos matemáticos de forma interdisciplinar, conforme sinalizado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (dos anos iniciais). Os referidos parâmetros destacam que “Apenas alguns Municípios optam por princípios norteadores, eixos ou temas, que visam tratar os conteúdos de modo interdisciplinar, buscando integrar o cotidiano social com o saber escolar” (BRASIL, 1997, volume I, p. 41).

Seguindo essa premissa, no primeiro momento de aula utilizamos a música intitulada “África”, da Banda Palavra Cantada, cuja letra explica que toda humanidade teve origem no continente africano. Usamos o recurso audiovisual, projetando para que todos assistissem ao clipe e acompanhassem a execução da música pela folha impressa que continha a letra (Figura 1).

Figura 1 – Projeção do clipe da música “África”, da Banda Palavra Cantada

Fonte: Banco de imagens do grupo de investigação.

A presente prática encontra fundamento na lei nº 11.769, de agosto de 2008, que estabelece a obrigatoriedade do ensino de música nas escolas de educação básica, e ainda nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), os quais têm por objetivo geral abrir espaço para que os alunos possam se expressar, se comunicar, bem como promover experiências de apreciação e abordagem em seus vários contextos culturais e históricos. Com isso as crianças também puderam se expressar corporalmente, trabalhando som, ritmo e movimento bem marcados por conta dos instrumentos musicais utilizados na música (Figura 2).

Figura 2 – Coreografia da música "África"

Fonte: Banco de imagens do grupo de investigação.

Ainda trabalhando a música "África", levantamos alguns questionamentos sobre a letra dela, como por exemplo: "qual é a origem da gente?" Nesse momento, o aluno *Akili*[1] fez a seguinte afirmação: *"todos nós vinhemos do mesmo lugar, quando os continentes eram uma coisa só, mas daqui a algum tempo vai juntar tudo de novo".* A fala do aluno *Akili* advém do conhecimento de pangeia e da teoria da Deriva Continental apropriado em outros momentos de sua vida, dessa forma utilizou-se desse conhecimento para justificar sua afirmação, quando diz que "*todos nós vinhemos do mesmo lugar".*

Ainda com o mesmo questionamento sobre qual é a origem da gente, a aluna *Arifa* respondeu: *"Temos muitas origens, nosso sangue tem uma parte de cada lugar e se pesquisarmos vamos ver nossas origens*". A aluna reflete nesse momento sobre conceitos anteriormente adquiridos, como árvore genealógica, e ainda prossegue dizendo: *"somos uma mistura de cor*", se referindo à miscigenação. Ao prolongarmos nosso diálogo, fizemos a seguinte indagação: "Realmente somos muito *misturados,* mas por que que em nosso país temos mais da metade da população composta por negros?" Os alunos responderam:

"Porque os portugueses compravam os negros e vendiam aqui" (Akili).

"Rancaram eles de suas origens e trouxeram para o Brasil" (Arifa).

"Tiraram eles da África à força para serem escravos e às vezes no país de origem eles eram até reis e rainhas" (Dalila).

1 Para preservar a imagem dos alunos participantes da oficina atribuímos nomes fictícios para os alunos citados neste trabalho.

Com essas afirmações constatamos a apropriação de conhecimentos relacionados a história do Brasil sendo utilizados de maneira crítica para a reflexão sobre a quantidade de negros no Brasil. Ainda trabalhando com a letra da música (Figura 3) e com o auxílio do mapa do mundo e do continente africano, trouxemos à discussão conceitos e conteúdos relacionados a geografia, tais como, continentes, oriente, ocidente, país, leste, oeste, norte, sul, linha do equador e meridiano de Greenwich (Figura 4). O mapa da Figura 5 foi utilizado para a localização e pintura de alguns países africanos, dando destaque à Costa do Marfim, país onde se joga o Mancala seguindo as regras do jogo Awalé.

Figura 3 – Letra da música "África" da Banda Palavra Cantada

Quem não sabe onde é o sudão
saberá
A Nigéria o Gabão
Ruanda
Quem não sabe onde fica o Senegal,
A Tanzânia e a Namíbia,
Guiné Bissau?
Todo o povo do Japão
Saberá

De onde veio o
Leão de Judá
Alemnha e Canadá
Saberão
Toda a gente da Bahia
sabe já
De onde vem a melodia
Do ijexá
o sol nasce todo dia
Vem de lá

Entre o Oriente e ocidente
Onde fica?
Qual a origem de gente?
Onde fica?
África fica no meio do mapa do mundo do
atlas da vida
Áfricas ficam na África que fica lá e aqui
África ficará

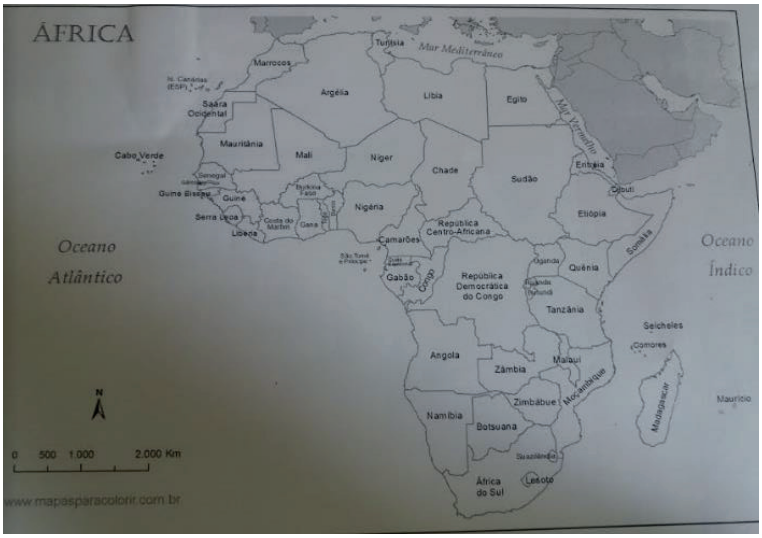
Basta atravessar o mar
pra chegar
Onde cresce o Baobá
pra saber
Da floresta de Oxalá
E malê
Do deserto de alah
Do ilê
Banto mulçumanamagô
Yorubá

Fonte: Banco de imagens do grupo de investigação.

Figura 4 – Mapa do Mundo

Fonte: Banco de imagens do grupo de investigação.

Figura 5 – Mapa do continente Africano



Fonte: Banco de imagens do grupo de investigação.

Prosseguimos com nossa ação apresentando a origem e a história do jogo. A relevância do ensino da história da matemática é ratificada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997):

> Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático. Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem-se veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural (BRASIL, 1997, p. 34).

Avançamos com a apresentação explicitando que o Mancala é um jogo milenar, contando mais de 7.000 anos de existência. Com essa afirmação foi necessário fazer a explicação da idade do Mancala, pois se estamos no ano de 2017 e o jogo tem mais de 7.000 anos, o jogo apareceu em qual ano?

Figura 6 – Origem e idade do jogo Mancala

Fonte: Banco de imagens do grupo de investigação.

Com esse questionamento, explanamos que o calendário que utilizamos é o gregoriano, que tem como marco inicial o nascimento de Jesus Cristo. Sendo assim os anos são contados a partir de seu nascimento, sendo que o que vem antes é AC (Antes de Cristo) e o que vem depois é DC (Depois de Cristo). Confrontando a idade do jogo e o calendário junto aos alunos, esses conseguiram visualizar que o jogo existia antes mesmo do nascimento de Jesus Cristo. Prosseguimos com a ação trabalhando alguns conhecimentos ainda referentes à origem do jogo: como a proximidade do Rio Nilo; a comparação do Rio Nilo com o Rio Amazonas em relação ao comprimento e ao volume de água.

Os alunos contribuíram com as seguintes reflexões:

> *"Eu vi no Fantástico*[2] *que o Rio Amazonas é o maior rio do mundo e que ele ainda entra em outros países além do Brasil." (Arifa).*

"Então o Brasil tá ganhando", disse Kanzi, ao ouvir a fala da colega, constatando que o Rio Amazonas é o maior rio do mundo, seguido pelo Rio Nilo, além de ressaltar sua importância para a agricultura, garantindo a sobrevivência dos que moram a sua margem. Nesse sentido uma das alunas fez a seguinte inferência:

2 No mês em que realizamos a oficina (novembro/2017), a rede Globo exibiu no programa Fantástico uma série intitulada "A Jornada da Vida" com episódios sobre o Rio Nilo.

> *"Quanto mais próximo da água, mais fácil para plantar, colher, lavar roupa e fazer comida." (Arifa).*

Aproveitando a relação com a agricultura nas proximidades do rio Nilo, foi evidenciada a metáfora relacionada ao jogo mancala que faz referência à ação de plantar e colher. Em seguida, passamos a trabalhar as questões filosóficas pertinentes ao jogo, por meio de uma visão cosmo africana e do conceito de solidariedade. É interessante destacar que os PCNs (BRASIL, 1997), que tratam dos conteúdos de Ética para os anos iniciais, consideram a solidariedade como um dos seus temas transversais e elencam alguns conteúdos que deveriam ser trabalhados na sala de aula, tais como: a identificação de situações em que os alunos necessitam da prática solidária; as formas de atuação solidária em situações cotidianas e a resolução, por meio de variadas formas de ajuda mútua, de problemas presentes na comunidade local. Nessa direção, o princípio filosófico do jogo vai ao encontro desse importante tema. Ainda promovemos a consciência ambiental por meio da confecção do jogo com a utilização de materiais recicláveis.

Ao passarmos para a prática propriamente dita do jogo awalé, optamos por não fornecer simplesmente as regras do jogo e sim construí-las de forma intencional, passo a passo, junto aos alunos, para uma maior compreensão, tendo como ponto de partida a quantidade de 48 sementes.

> Fizemos a seguinte pergunta:
> *"Se eu tenho 48 sementes e 2 jogadores, quantas sementes cada jogador receberá no seu território de forma que os dois jogadores fiquem com quantidades iguais de sementes?"*

Alguns alunos responderam que seriam 24 sementes para cada jogador e os demais concordaram, sendo que não houve oposição. Com base nessa resposta prosseguimos:

> *"Já sabemos que cada jogador receberá 24 sementes, no entanto, cada território (lado do jogo) possui 6 covas, quantas sementes devemos distribuir em cada cova para que todas as covas fiquem com a mesma quantidade?"*
>
> *"Eu coloquei 4 sementes em cada cova porque 6x4 dá 24." (Kipendo).*
>
> *"Dividimos o jogo pela metade, ficou 24 para cada uma, depois com as 24 fomos distribuindo as sementes uma a uma em cada cova até acabarem as sementes." (Nadra).*
>
> *"Primeiro eu coloquei 3 sementes em cada cova, pois 6x3=18, eu vi que tinha dado menos que 24, daí fui colocando uma semente em cada cova." (Nayo).*

Com a estrutura do jogo montada, 48 sementes, 24 sementes para cada jogador, sendo 6 covas com 4 sementes, entregamos as regras impressas e usamos o computador, data show e versão online do jogo Awalé para demonstrarmos as regras do jogo na prática.

Figura 7 – Demonstração da versão online do jogo

Fonte: Banco de imagens do grupo de investigação.

Trabalhamos as regras do jogo junto com o conceito de estratégia, contando com a participação dos alunos, que nos orientaram para cada passo da jogada. Logo em seguida, os alunos organizados em duplas iniciaram o jogo utilizando os tabuleiros físicos. Realizamos o acompanhamento das duplas durante a atividade, tirando dúvidas e orientando-os, conforme Figuras 8 e 9:

Figuras 8 e 9 – Prática do jogo Awalé e mediação

Fonte: Banco de imagens do grupo de investigação.

Os alunos foram incentivados a aprimorarem suas estratégias; para tanto, propusemos a realização de um Campeonato com a intencionalidade de utilizar o jogo Awalé como instrumento gerador do conflito "competir". Trata-se de uma ação desencadeadora conforme explicado por Moura (1992), que despertou nos alunos a vontade de vencer, visto que eles se sentiram desafiados a "jogar em".

Encerradas as partidas, ouvimos as estratégias utilizadas e distribuímos um chocolate pra cada aluno, ratificando a filosofia do jogo que considera muito mais o prazer de jogar do que ganhar. Os alunos afirmaram que gostaram do jogo e que o acharam muito divertido. Ao serem questionados sobre as estratégias e o uso da matemática nele responderam:

> *"Usei a matemática quando fui separar as sementes e quando fui dividir 48 pela metade". (Ngozi).*
>
> *"Usamos várias vezes, pois tinha que contar o tempo todo pra ver onde a semente iria cair". (Nia).*
>
> *"Eu ia contando quantas sementes estava em cada cova, pra ver se aquela quantidade alcança chegar onde eu queria".(Akili).*

Com as falas dos alunos constatamos que cada um elegeu uma estratégia pessoal, buscando assim alcançar seu objetivo, que era colher o maior número de feijões. De acordo com Grando (2000),

> [...] o planejamento no jogo de regras é definido pelas várias antecipações e construções de estratégias. Quando o sujeito realiza constatações acerca de suas hipóteses, percebe regularidades e define estratégias, sendo capaz de efetuar um planejamento de suas ações [...] (GRANDO, 2000, p. 25).

A partir do depoimento dos alunos foi constatado que o jogo Awalé fez com que eles pensassem, refletissem, desenvolvessem estratégias, raciocinassem e sanassem dificuldades relacionadas aos conceitos matemáticos de contagem e distribuição, evidenciando ser o Awalé um instrumento motivador e propiciador da aprendizagem matemática. Verificamos que o conhecimento matemático explorado no jogo possibilitou que os alunos jogassem melhor, fizessem mais colheitas e colhessem mais sementes.

Quanto à análise do uso das operações matemáticas para a prática do jogo, utilizamos um questionário fechado (Figura 10):

Figura 10 – Questionário fechado sobre a utilização das operações básicas

Você acha que utilizou alguma operação matemática para jogar o jogo Awalé?

( ) SIM ( ) NÃO

Se "SIM", qual ou quais operações você utilizou? Marque um "x" nas alternativas:

( ) Adição "+"
( ) Subtração "-"
( ) Multiplicação "×"
( ) Divisão "÷"

Fonte: Elaborada pelos autores.

Considerando o total de 20 alunos participantes da atividade proposta chegamos aos seguintes resultados: apenas 01 aluno entendeu não ter utilizado nenhuma operação matemática, enquanto os 19 alunos restantes afirmaram ter utilizado ao menos uma das quatro operações. De forma não exclusiva, o total de alunos que utilizou a operação de adição chegou a 17 participantes, enquanto as operações de subtração, multiplicação e divisão somaram o montante de 6, 9 e 5 alunos, respectivamente.

Considerações finais

Enquanto educadores podemos verificar o estigma que a disciplina de matemática carrega consigo. Sendo associada muitas vezes a notas baixas e reprovações, esta disciplina causa aversão em alguns alunos. Grande parte dessa ojeriza pode ser motivada pela falta de recursos educativos e por metodologias de ensino pouco atrativas. Apesar das dificuldades relativas à conjectura do paradigma atual de educação, faz-se imprescindível para nós, educadores, uma prática reflexiva indissociável do olhar crítico, da avaliação e da pesquisa.

A utilização de jogos na prática educativa configura-se como uma tentativa de superação das aulas tradicionais, com intuito de promover nos educandos o querer estar presente no processo educacional de uma maneira consciente e ativa. As atividades da nossa ação didática com o jogo Awalé não se revelaram únicas e estáticas, muito pelo contrário, ao longo da execução fomos percebendo as inúmeras maneiras de abordar e relacionar o jogo a diferentes conteúdos, evidenciando assim o seu caráter interdisciplinar.

Relacionar conceitos da matemática com a tradição africana por meio do jogo, sob o olhar da etnomatemática, nos possibilitou valorizar outra cultura para além das usualmente trabalhadas nos livros didáticos. Com isso os educandos puderam se reconhecer nesse processo de produção humana, onde a matemática viva se fez presente.

A troca, o reforço das regras e possíveis estratégias, advindos dos próprios colegas, com a finalidade de ajudar o outro durante a prática do jogo, corroboraram para uma visão da utilização do jogo em confluência com a abordagem histórico-cultural. Assim, evidenciou-se a interação do aluno com o instrumento jogo e com seus pares, possibilitando a apropriação dos princípios filosóficos do jogo, principalmente o aspecto da solidariedade, demonstrando a potencialidade do Awalé enquanto instrumento humanizador.

Obtivemos bons resultados, visto que os alunos gostaram muito das atividades realizadas e era visível o quanto eles estavam motivados a participar da aula. A prática do jogo, além de exercitar os conceitos matemáticos de contagem e distribuição, que são mais evidentes durante a ação de jogar, também possibilitou aos alunos pensar, refletir e desenvolver estratégias, estimulando o cálculo mental e o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Referências

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 14 abr. 2017

BRASIL. Lei nº 10.639, de 09 de **janeiro de 2003. Altera a lei nº 9.394, de** 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional para incluir no currículo oficial da Rede de Ensino a obrigatoriedade da temática "História e Cultura Afro-Brasileira". Diário Oficial da União, Brasília, DF, 9 jan. 2003.

D'AMBROSIO, U. **Transdisciplinaridade**. São Paulo: Palas Athena, 1997.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

FORDE, G. H. A. **A presença africana no ensino de matemática**: análises dialogadas entre história, etnocentrismo e educação. 2008. 276 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2008.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. 239 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, SP, 2000.

GRANDO, R. C. Recursos didáticos na educação matemática: jogos e materiais manipulativos. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, ISSN 2236-2150, v. 5, n. 2, 2015.

MOURA, M. O. **O jogo e a construção do conhecimento Matemático**. O jogo e a construção do conhecimento na pré-escola. Série Ideias, 10. São Paulo: Fundação para o Desenvolvimento da Educação, 1992.

NASCIMENTO, C. P.; ARAÚJO, E. S.; MIGUEIS, M. da R. O conteúdo e a estrutura da atividade de ensino na educação infantil: o papel do jogo. In: MOURA, M. O. de. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural**. Brasília: Liber livro, 2010. p. 137-154.

OLIVEIRA, M. K. de. Vygotsky e o processo de formação de conceitos. In: LA TAILLE, Y. de; OLIVEIRA, M. K. de; DANTAS, H. **Piaget, Vigotsky, Wallon**: teorias psicogenéticas em discussão. São Paulo: Sumus, 1992. p. 23-34.

RIGON, A. J.; ASBAHR, F. da S. F.; MORETTI, V. D. Sobre o processo de humanização. In: MOURA, M. O. de. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural**. Brasília: Liber livro, 2010. p. 51-76.

Capítulo 10

Utilização de materiais manipulativos para a aprendizagem do conceito da grandeza área

Glaziéla Vieira Frederich • Yolanda Pintos dos Santos • Dilza Côco • Sandra Aparecida Fraga da Silva

Introdução

A Geometria é utilizada pela humanidade desde as civilizações antigas, como exemplo, pela necessidade de se resolver problemas relacionados às questões agrárias. Os agrimensores egípcios utilizavam cordas para delimitar um terreno e fórmulas para calcular áreas de terras para o plantio, pois tinham como sustento a agricultura que se desenvolvia às margens do Rio Nilo. Passou-se então à utilização de figuras planas, trabalhando suas áreas, perímetros e fazendo comparações. Segundo Roque (2012), provavelmente os cálculos de áreas vieram de simples observações de sacerdotes, ao notarem os trabalhadores preencherem a extensão dos campos com mosaicos quadrados, bastando assim multiplicar um lado por outro, surgindo dessa forma a área do retângulo. Os triângulos eram a base do retângulo dividida ao meio pelas diagonais. Eram usados para medir terrenos irregulares, fracionando-os em vários triângulos quaisquer menores, devido às limitações do terreno.

Ao longo das evoluções socioculturais, foi a busca de técnicas de resolução para os problemas geométricos que manteve o campo matemático em movimento (ROQUE, 2012), ocasionando constantes mudanças na sociedade e no pensamento humano. Em nossos dias, o cálculo da área é usado em diversas situações do cotidiano, por exemplo, para saber o tamanho de uma moradia, determinar a quantidade de piso, a quantidade de papel para encapar um determinado objeto, dentre outros.

A abordagem de certos conceitos matemáticos exige que nos debrucemos mais sobre o contexto social e os recursos disponíveis da atualidade. Assim, as metodologias aplicadas à educação devem preparar os alunos para desenvolver conhecimentos tendo em vista as necessidades do presente. Neste trabalho, apresentamos o relato de uma oficina utilizando materiais manipulativos como elemento mediador para a construção de conceito de área de figuras planas, visando uma melhor materialização para os educandos e, sobretudo, a relevância da interação entre aluno-aluno, aluno-professor, aluno-material manipulativo.

Ensino da grandeza geométrica área

A compreensão dos conteúdos relacionados a Grandezas e Medidas é fundamental para a atuação do aluno no mundo, pois esses estão presentes no cotidiano das pessoas. Lima e Bellemain (2010) afirmam que a criança lida com grandezas e medidas mesmo antes de chegar à escola por meio de comparações, medições ou estimativas de medida relativa a alguma grandeza. A palavra "área", por exemplo, é utilizada no cotidiano com diferentes sentidos, como em: "área de serviço"; "vende-se essa área" e "grande área" de um campo de futebol. Há expressões que favorecem o sentido de área na matemática escolar e outras que podem causar conflito com o significado matemático.

Lima e Bellemain (2010) consideram que o desempenho insatisfatório dos alunos nas questões de grandezas e medidas não diz respeito apenas a fatores ligados ao contexto educacional, mas também à complexidade dos conceitos envolvidos. Esses autores afirmam que é necessário valorizar as experiências de visualização e manipulação de objetos e atividades que envolvam imagens, mas defendem que essas atividades não são suficientes. "Além delas, é imprescindível que, de forma simultânea e progressiva, os conceitos matemáticos associados aos objetos físicos e aos desenhos ou às imagens (às representações gráficas) sejam ensinados e aprendidos" (LIMA; BELLEMAIN, 2010, p. 171).

Uma das formas de promover diferentes experiências de aprendizagem matemática enriquecedoras é por meio do uso de materiais didáticos, os quais assumem um papel ainda mais determinante por força da característica abstrata da matemática. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática também encontramos orientações quanto a utilização de materiais no processo de ensino e aprendizagem:

> Recurso didático como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de

> ensino aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base para a formalização matemática (BRASIL, 1997, p. 7).

Pais (2000), entretanto, destaca que há expectativas dos professores quanto ao uso de materiais manipulativos, ao acreditarem que sua exclusiva utilização possa resolver ou minimizar dificuldades do ensino da geometria. Esse autor compreende que a utilização de tais recursos didáticos no ensino em questão não deve deixar de incluir uma análise atenciosa referente à função cognitiva das configurações geométricas, na preocupação de que seu uso inadequado possa resultar numa inversão didática em relação à real intenção. Ele ressalta, assim, a importância de se buscar um equilíbrio no uso dos materiais didáticos e na sua utilização prática, de forma que não admita o domínio absoluto nem da razão abstrata nem do racionalismo ingênuo, e que seja aplicado na mesma medida. Vale (2002, p. 37) ressalta que: "Só através das discussões que se geram na sala de aula é que o professor e alunos podem falar sobre as possíveis relações e chegar aquelas que são de interesse para o fim em vista". O mais importante, portanto, é que o professor perceba como o sujeito aprende e pensa, para alcançar bons resultados. Por esse fato, o contexto social no qual os materiais são utilizados "pode ou não" nos revelar sua eficiência.

Baseamo-nos, assim, numa abordagem histórico-cultural, contextualizada aos conhecimentos, conteúdos e capacidades objetivadas, capaz de permitir uma intervenção real, minimizando problemas da aprendizagem sobre o conceito de área e proporcionando uma abordagem histórico-cultural de conhecimentos matemáticos. Pensar o conhecimento teórico-matemático como uma produção humana, decorrente dos processos históricos e sociais, e a escola como o local no qual os mais novos terão oportunidade de se apropriar desses conhecimentos, como coloca Rigon, Asbahr e Moretti (2010, p. 28-29):

> A educação é entendida, na perspectiva teórica que assumimos, como uma via para o desenvolvimento psíquico e principalmente humano, e não como mera aquisição de conteúdo ou habilidades específicas. E é com base nesse posicionamento que afirmamos a necessidade da presença da educação sistematizada em todas as fases do desenvolvimento, dado que ela permite uma organização consciente dos processos de formação dos indivíduos, via organização intencional de um ensino que permita aos sujeitos a apropriação de conhecimentos produzidos pela humanidade.

Pertinente nesse real potencial que a escola deve assumir, o ensino deve contemplar diversas possibilidades que promovam um espaço gerador de conhecimentos tais que o aluno não os terá em outro espaço. À medida que ampliamos nosso saber sobre a cultura da nossa espécie, nos tornamos humanizados e nos emancipamos a dialogar com os conhecimentos já sistematizados.

Metodologia

Para que pudéssemos alcançar nosso objetivo de apresentar uma proposta de trabalho que facilitasse o aprendizado do conceito área com a utilização de materiais manipuláveis e atividades investigativas, realizamos uma oficina no LEM, no Ifes – campus Vitória/ES, com o intuito de apontar algumas contribuições desse recurso, junto aos alunos do 7° ano do ensino fundamental de uma escola da rede pública do município de Vitória/ES.

Participaram da atividade 17 alunos do 7° ano do ensino fundamental, acompanhados de uma professora de matemática da turma e da diretora da escola (que está localizada no entorno do Ifes). A turma nos foi caracterizada como sendo de alunos agitados e com pouca concentração, no entanto, durante o desenvolvimento das tarefas no laboratório observamos uma mudança de postura. O espaço diferenciado (LEM) propiciou, na forma de organização, os recursos e mobiliário para o trabalho em grupo, um ganho na participação e na concentração dos alunos, contribuindo para o comportamento distinto do que nos foi relatado. Quanto aos ministrantes da oficina, o quadro foi composto de alunos mestrandos do Programa Educimat, que cursam a disciplina de Tópicos Especiais em Matemática, e da professora dessa disciplina.

Oficina

Conforme Bellemain e Lima (2002), o termo contorno e superfície aqui adotados representam objetos do quadro geométrico, e os termos perímetro e área representam, respectivamente, atributos desses objetos pertencentes ao quadro das grandezas. Pensando em construir esses conceitos, a aula começou apresentando três figuras:

Figura 1 – Conceito de Área

OBSERVE AS TRÊS FIGURAS A SEGUIR:

Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

Foi solicitado então aos alunos que dissessem semelhanças e diferenças nas figuras. Assim, foram feitos alguns questionamentos e discussões, conforme as falas a seguir:

Quadro 1 – Primeiro diálogo

Pesquisadora: Essas três figuras têm a mesma forma? Turma: sim Pesquisadora: Quais diferenças vocês percebem nas três figuras? R1: a figura 2 e 3 tem fundo. R2: a figura 1 e 3 tem contorno. R3: a figura 3 tem superfície e contorno.

Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

Figura 2 – Observação dos dois objetos

Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

Com a pergunta “Eles têm a mesma forma?”, a turma respondeu em coro que sim. Em seguida, questionamos “Qual objeto tem superfície?”, e a turma ficou dividida e alguns arriscaram responder:

Quadro 2 – Segundo diálogo

R1: Só o quadrado de cartolina, porque o de lápis não tem fundo. R2: Só o de cartolina. Porque um objeto não cai. R3: O objeto feito de lápis não tem superfície, porque é aberto.

Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

Aqui não houve, porém, a intervenção da pesquisadora. Em seguida apresentamos uma tarefa.

Quadro 3 – Terceiro diálogo

1) Você recebeu uma superfície e 1 envelope contendo 5 tipos de figuras planas agrupadas conforme as cores: verde, vermelho, marrom, amarelo e azul. a) Utilizando a área da superfície de cada figura como unidade de medida, verifique quantas unidades de medidas de área é necessário para cobrir a área da figura. b) Que conclusão você pode tirar observando as figuras?

Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

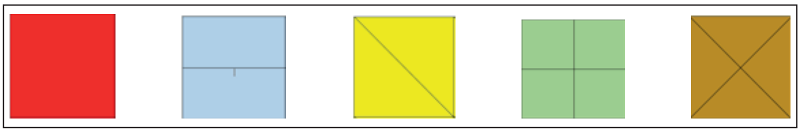
A tarefa[1] em questão foi baseada segundo os pressupostos de Douady e Perrin-Glorian (1989), que ressaltam que o conceito de área como grandeza deve levar em conta uma classe de equivalência de superfícies. A começar de uma função medida, na qual diferentes superfícies podem apresentar a mesma área, alterando-se a unidade de medida, a medida de área é alterada mas a área permanece. Tem por objetivo fazer com que os alunos observem, por meio de sobreposição, diferentes unidades de medidas para determinar a área de uma superfície dada. E compreendam, assim, que a medida da área depende

1 A tarefa apresentada nesta oficina é parte integrante da sequência de atividades da dissertação ainda em estruturação da primeira autora deste trabalho.

da unidade de medida escolhida, de forma que ao alterar a unidade de medida, esse número associado também se altera.

Procuramos trabalhar com unidades variadas: figuras planas de formato retangular, quadradas e triangulares.

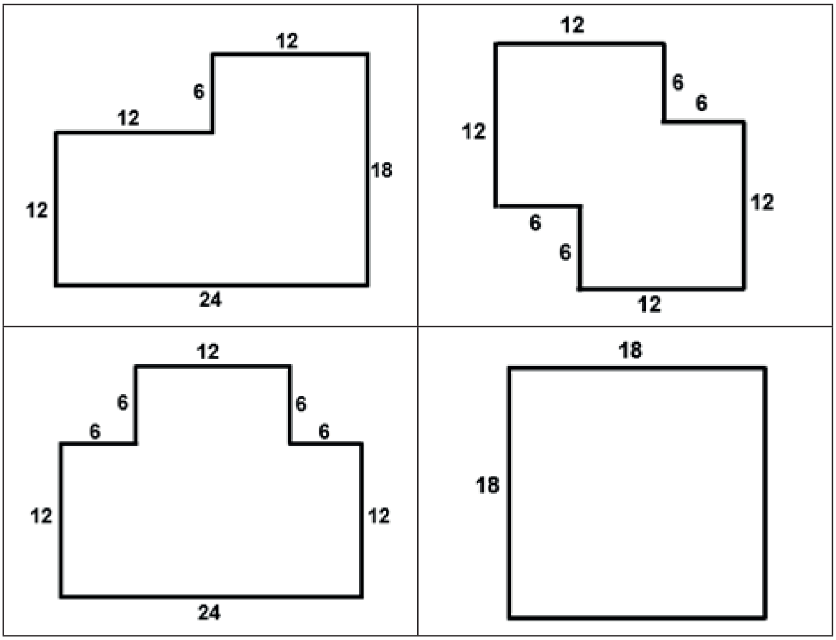
Figura 3 – Equivalência das figuras planas oferecidas como unidades de medida



Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

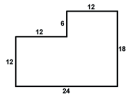
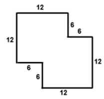
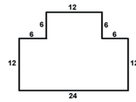
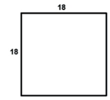
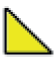
Para o desenvolvimento desta tarefa a turma foi dividida em 3 grupos de 4 alunos e 1 grupo de 5 alunos. Cada grupo recebeu um tipo de superfície conforme Figura 4 a seguir:

Figura 4 – Superfícies dos grupos



Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

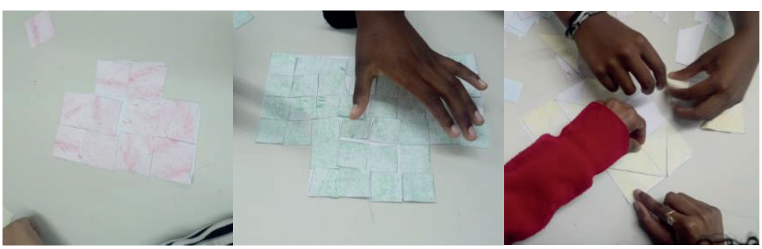
Quadro 4 – Resultado dos grupos

	GRUPO 1 	GRUPO 2 	GRUPO 3 	GRUPO 4 
	40	28	40	36
	10	07	10	09
	40	28	40(42)	32 (36)
	20	14	20	18
	20	14	20	18

Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

Ao analisar o quadro, percebemos que os grupos não tiveram dificuldades em relacionar as unidades de medida de área nas cores verde, vermelho, amarelo e azul.

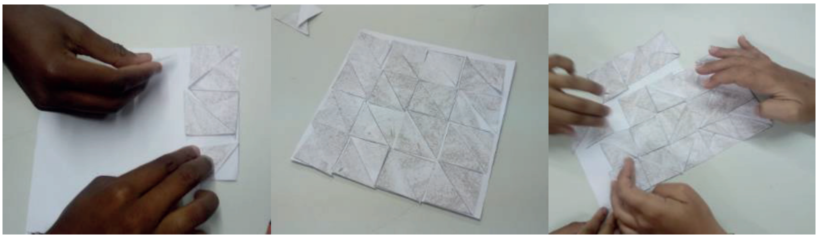
Figura 5 – Unidades de medidas nas superfícies



Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

Porém, a unidade de medida marrom (triângulo) foi por eles considerada a mais difícil. Percebemos, conforme a figura abaixo, o modo que os grupos uniram duas peças marrons, formando um quadrado que não encaixava por sobreposição nas superfícies oferecidas.

Figura 6 – Unidade de Medida Marrom nas superfícies



Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

A seguir, a pesquisadora fez alguns questionamentos para os alunos:

Quadro 5 – Quarto diálogo

Pesquisadora: "O que vocês perceberam nas respostas?"

R1: "Que pra deixar o azul do tamanho do vermelho precisa de dois azuis"

R2: Que pra fazer o quadrado vermelho precisa de dois amarelos.

R3: Pra fazer a verde ficar igual à vermelha tem que ter quatro peças. E também são todas números pares.

R4: A vermelha precisa de quatro marrons.

R5: Todas as figuras juntando dá a figura vermelha.

R6: As figurinhas amarelas e azuis deram iguais.

R2: Pesquisadora:" Só existe essa relação?"

R1: As respostas da figura 1 e 3 tá iguais.

Pesquisadora: "Por quê?"

R1: Deu a mesma quantidade de figurinhas. Eles possuem forma diferente mas as áreas são iguais.

Pesquisadora: O que aprendemos com a aula de hoje?

R1: Que uma forma pode ser diferente, e a área ser a mesma... pode ser um quadrado e um triângulo.

Pesquisador: Posso transformar uma figura em outra e preservar a área?

R2: Sim. É só dobrar ou cortar a figura e colocar do outro lado.

Pesquisadora: Área e superfície é a mesma coisa?

Turma: Não.

Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

A pesquisadora lançou de volta a pergunta feita no início da atividade: **Posso afirmar que essas três superfícies têm a mesma área?**

Figura 7 – Superfícies apresentadas

Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

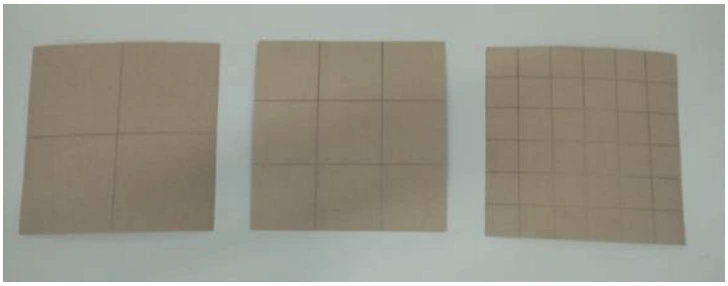
Quadro 6 – Quinto diálogo

R1: A superfície pode ser até a mesma, mas a área pode ser diferente. Uma superfície tem mais figuras ou não. Pesquisadora: Depende do que? R2: do tamanho das figurinhas, a área aumenta ou diminui. R1: se a figurinha for pequena a área dá mais, se a figurinha for grande a área dá menos.

Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

Em seguida a pesquisadora apresenta algumas possibilidades:

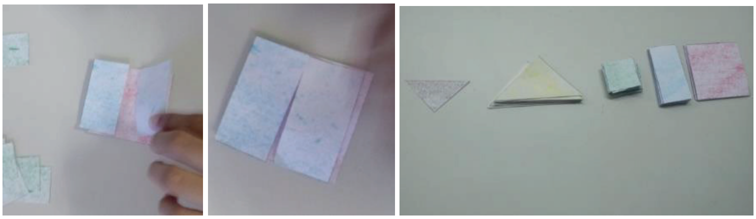
Figura 8 – Unidades de medidas diferentes



Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

Percebemos, por meio das nossas observações, filmagens e registros fotográficos que um dos alunos participantes da oficina realizou uma inserção do conceito da grandeza área, ao fazer comparações entre as medidas utilizadas.

Figura 9 – Relação entre figuras



Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

Assim, esse aluno não fez o preenchimento da superfície utilizando todas as figuras. Somente com o dado da quantidade de superfície que era um quadrado maior vermelho, ele fez a relação com todas as outras figuras. Para uma figura vermelha, eram necessárias duas azuis, ou quatro verdes ou duas amarelas. Esse aluno não conseguiu estabelecer relação entre a figura vermelha e a marrom.

Considerações finais

No início da aula, os alunos não souberam responder se as figuras tinham a mesma área. No decorrer da tarefa puderam identificar as relações entre as unidades de medidas representadas pelas formas planas e progrediram da contagem das unidades de área para o cálculo da área usando a multiplicação. Analisamos que o conceito de área foi assimilado ao passo que os alunos cobriam totalmente as superfícies entreguem a cada grupo pelas distintas unidades de medidas de área, determinando assim a quantidade de unidades necessárias para cobrir totalmente a superfície.

De acordo com a perspectiva histórico-cultural, o ensino escolar desempenhou um papel importante na formação dos conceitos, de um modo geral e, em particular, daqueles científicos. Concluímos que durante a resolução da tarefa, as apreensões perceptivas e operatórias tiveram um importante papel. Os alunos se mostraram motivados, apresentando a maioria das respostas esperadas. Acredita-se ter havido um enriquecimento na abordagem dos conteúdos área, demonstrando que aulas com a utilização de materiais manipulativos, quando de forma consciente, podem ser um valioso aliado.

Avaliamos essa experiência como positiva, pois observamos no decorrer da aula que os alunos se mostraram empenhados e entusiasmados, participando ativamente. Além do mais, os resultados das atividades demonstraram acréscimo de conhecimentos dos alunos com relação ao conteúdo abordado, ou seja, apresentam conhecimento do conceito da grandeza área com uma elaboração teórica maior do que tinham anteriormente.

Referências

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. **Um estudo da noção de Grandeza e implicações no Ensino Fundamental.** 1. ed. Natal: SBHMAT, 2002.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

DOUADY, R. GLORIAN, Marie-Jeanne P. **Un processus d’apprentissage du concept d’aire de surface plane**. Studies em Mathematiques 20: Kluwer Academic Publisshers, Netherlands, 1989, p. 387-424.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. **Grandezas e medidas**. Brasília, 2010, v.17, p. 67-2010.

PAIS, L. C**. Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria**. REUNIÃO DA ANPED, 2000. Disponível em: <http://23reuniao.anped.org.br/textos/1919t.PDF>. Acesso em: 01 set. 2016.

RIGON, A. J.; ASBAHR, F. S. F.; MORETTI, V. D. **Sobre o processo de humanização.** In: MOURA, M. O. de. (Org.). A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural. Brasília: LiberLivro, 2010. p. 13-44.

ROQUE, T. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. 3. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2015.

VALE, I. **Materiais manipuláveis**. Instituto Politécnico de Viana do castelo. Escola Superior de Educação. Departamento de Matemática, Ciências e Tecnologia. 2002.

Capítulo 11

Jogo de trilha sobre álgebra:
uma experiência no laboratório de ensino de matemática

Fernando Campos Alves • Nelson Victor Lousada Cade • Tatiana Bonomo de Sousa • Alex Jordane • Maria Auxiliadora Vilela Paiva

Álgebra e laboratório de matemática

A experiência relatada no presente trabalho inicia-se nas aulas da disciplina de Tópicos Especiais em Matemática, do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – Educimat, do Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes. A ideia inicial proposta pelos professores foi trazer o embasamento teórico através das discussões sobre o Laboratório de Ensino e Aprendizagem da Matemática, que serviriam de aporte no desenvolvimento das atividades práticas. O debate inicial tinha como objetivo levantar questionamentos acerca do que é laboratório e das diferentes concepções de laboratório de matemática. No segundo momento da disciplina realizamos seminários sobre conceitos relacionados a atividades investigativas utilizando materiais manipuláveis e jogos. Como o grupo da oficina sobre jogos é formado por três mestrandos que abordam em suas pesquisas aspectos relacionados a Álgebra, optou-se por investigar jogos que mobilizam conceitos algébricos. Para a escolha do jogo utilizado na oficina deste artigo, um dos mestrandos que trabalha na rede estadual de ensino do Espírito Santo desenvolveu uma experiência em sala de aula com a construção e aplicação de alguns jogos matemáticos relacionados ao ensino da Álgebra com duas turmas de 1° ano do ensino médio. Os jogos foram escolhidos, organizados e aplicados pelos alunos sob orientação do professor. Os jogos escolhidos pelos estudantes nessa experiência foram: jogo de dardos, jogo de varetas, corrida de obstáculos com utilização de valor numérico em expressões algébricas, jogo com manipulação do Algeplan de madeira e Trilha algébrica, entre outros. Como observação de vários jogos, escolheu-se o “Jogo de Trilha Algébrica”, devido à demonstração de maior interesse pelos alunos, por promover maior interação coletiva e a possibilidade de aplicação e mobilização de diversos conhecimentos matemáticos. O jogo de “Trilha Algébrica” foi inicialmente construído por um grupo de cinco estudantes do ensino médio e reformulado por três professores/mestrandos antes de ser aplicado na oficina no LEM.

Utilização de jogos nas aulas de matemática

As atividades lúdicas seriam inerentes ao ser humano, sendo que o jogo é um objeto cultural que caracteriza o grupo étnico do indivíduo e representa sua cultura lúdica. As atividades lúdicas seriam ainda uma necessidade independente da faixa etária das pessoas (GRANDO, 2015).

O jogo para ensinar matemática deve, segundo Moura (1992), propiciar a aprendizagem por meio da aquisição de habilidades, e como estratégia de ensino deve ter uma intencionalidade. Assim, a utilização de jogos nas aulas de matemática

> [...] como um suporte metodológico, consideramos que tenha utilidade em todos os níveis de ensino. O importante é que os objetivos com o jogo estejam claros, a metodologia a ser utilizada seja adequada ao nível em que se está trabalhando e, principalmente, que represente uma atividade desafiadora ao aluno para o desencadeamento do processo. (GRANDO, 2015, p. 25-26).

A resolução de problemas é uma atividade humana fundamental; a maior parte de nosso pensamento consciente estaria relacionado com problemas e um dos objetivos da matemática é de ensinar a resolver problemas (POLYA, 1995). Para Moura (1992), um problema pode ser transformado em um problema desencadeador (aquele cuja solução exige rupturas – organizar o velho para descobrir o novo) por meio do jogo. Outrossim, para Grando (2015, p. 415) ao situação de jogo na aprendizagem do aluno pode agir“ no processo de construção de uma forma de produção de registros de jogo a fim de comunicar suas ideias matemáticas e as estratégias de resolução de problemas”, bem como a “[...] um diálogo entre alunos e entre professor e aluno, que possa evidenciar as formas e/ou estratégias de raciocínio que vão sendo utilizadas e os problemas que vão surgindo no decorrer da ação” (p. 401)”.

As regras de um jogo são criadas ou definidas pelo grupo antes do ato de jogar. Essa socialização da dinâmica do jogo é importante uma vez que a criação e o cumprimento das regras de um jogo exigem respeito ao que o outro pensa ou como age. Na ação do jogo o indivíduo passa a conhecer seus limites de competência e tem condições de se avaliar e verificar quais habilidades precisa desenvolver. Durante o jogo as estratégias são traçadas, executadas e avaliadas. É comum ainda a ajuda, mesmo entre adversários, caracterizando uma forma coletiva de ação, de cooperação para a consumação do objetivo do jogo (GRANDO, 2004).

O jogo como instrumento de ensino pode ser classificado como desencadeador de aprendizagem e jogo de aplicação. A diferença estaria na postura do professor, na dinâmica e no objetivo estabelecido, ou seja, na forma de utilizá-lo na sala de aula (MOURA, 1992).

Moura (1992), de forma semelhante, apresenta como etapas de um jogo: compreensão do jogo, estabelecimento de estratégias, execução de jogadas e avaliação do jogo. Corbalán apud Grando (2015) também define quatro etapas para o jogo: familiarização com o jogo, exploração inicial; procura de estratégias, de resolução; aplicação da estratégia com seleção de posições ganhadoras e validação das conjecturas; e, reflexão sobre o processo desencadeado.

Grando (2015) aponta ainda as vantagens e as desvantagens da introdução de jogos na sala de aula de matemática. Vantagens: (re) significados de conceitos já aprendidos; introdução e desenvolvimento de conceitos; desenvolvimento estratégias de resolução de problemas; aprender a tomar decisão e saber avaliá-las; participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento; interação social; trabalho em grupo; desenvolvimento da criatividade, do senso crítico, da participação, da competição sadia, da observação e do resgate do prazer em aprender. Desvantagens: caráter puramente aleatório; o tempo gasto em detrimento de outros conteúdos; falsas concepções de que se deve ensinar todos os conteúdos através de jogos; perda da ludicidade do jogo pela interferência constante do professor; coerção do professor ao exigir que o aluno jogue mesmo não querendo e dificuldade de acesso e disponibilidade de material sobre o uso de jogos no ensino.

Para os autores supracitados a importância do jogo na sala de aula de matemática está nas possibilidades de aproximação do conhecimento científico, na apropriação de conceitos construídos ao longo da história da humanidade em virtude da necessidade de resolução de um problema real.

Álgebra

Entende-se a Álgebra como parte da matemática que tem entre outras funções o trabalho com generalização e abstração, representando quantidades através de símbolos. Para Lins e Gimenes (1997, p. 137) "A Álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade e desigualdade". Rômulo Lins (1992), em sua tese de doutorado intitulada "A framework for understanding: what algebraic thinking is", destaca que pensar algebricamente é uma maneira, entre outras, de produzir significado para a Álgebra. Partindo da concepção de Lins (1992), adotaremos "pensamento algébrico" como a capacidade de analisar e estabelecer relações, de expressar ou explicar a estrutura de um problema, ou seja, construir um modelo matemático, generalizar essas relações, operar com o desconhecido como se fosse conhecido, ou seja, de forma analítica, produzindo significado para a linguagem e os objetos algébricos.

Os PCNs (BRASIL,1998) ressaltam o estudo da Álgebra como um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas. Ressaltam também que

> Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a sintaxe (regras para resolução) de uma equação (BRASIL, 1998, p. 50-51).

Conforme os PCNs, para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico, o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra. Para que isso ocorra, é necessário que sejam trabalhadas em sala de aula as diferentes funções da Álgebra.

Ribeiro e Cury (2015, p. 45) desenvolveram um estudo sobre equações, em diferentes épocas, possibilitando a observação de outros significados para o conceito de equação, chamando-os de *multisignificados* de equação. Eles apresentam seis diferentes formas de conceber a equação:

> Intuitivo-pragmático: o conceito de equação é concebido como intuitivo ligado a ideia de igualdade entre duas quantidades.[...] Busca pela solução predominantemente aritmética;
>
> Dedutivo-geométrico: o conceito de equação ligado às figuras geométricas. Busca pela solução geométrica;
>
> Estrutural-generalista: o conceito de equação é estrutural.[...] Na busca de soluções mais gerais;
>
> Processual-tecnicista: o conceito de equação interpretada a partir de processos de resolução. Busca pela solução algébrica e aritmética;
>
> Estrutural-conjuntista: o conceito de equação diretamente ligada à noção de conjunto;
>
> Axiomático-postulacional: a equação concebida como uma noção mais primitiva no sentido como ponto, reta e plano.

Cada significado do conceito de equação, apresentado por Ribeiro e Cury (2015), foi categorizado com nome composto, apresentando diferentes perspectivas de reconhecer e de tratar uma equação. A presença dessa relação entre o "ver" (reconhecer e interpretar uma equação) e o "fazer" (tratar uma equação), ao longo da história da humanidade, bem como em livros didáticos e em pesquisas de Educação Matemática, trouxe alguns dos elementos necessários para a concepção dos Multisignificados de Equação. Ribeiro e Cury (2015, p. 45) traz uma síntese do desenvolvimento da noção de equação utilizada por diferentes povos, em cada época histórica:

Babilônios e Egípcios: trabalhavam com equações que em sua maior parte eram originárias de problemas de ordem prática. Esses povos igualavam duas quantidades com a finalidade de encontrar o valor da quantidade desconhecida.

> Gregos: O conceito de equação contemplava um caráter geométrico, a busca pelas soluções de forma dedutiva e repousavam em manipulações geométricas.
>
> Árabes e hindus: trabalhavam tanto as equações originárias de ordem prática como com situações que recaiam em interpretações e manipulações geométricas. O conceito de equação passa a ter um caráter mais algébrico e generalista.
>
> Europeus: as equações eram vistas dentro de um sistema mais estrutural com propriedades e características bem definidas. A equação passa em si própria, operando sobre ela com a finalidade de encontrar soluções mais gerais.

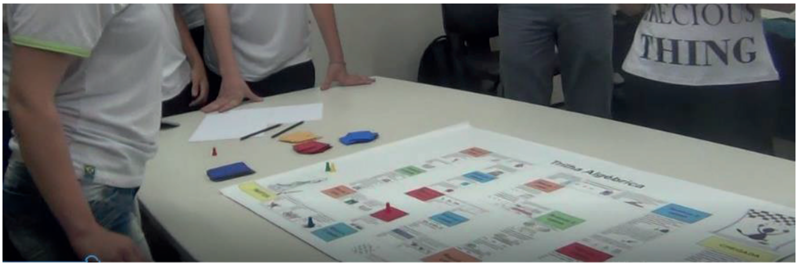
A partir do estudo bibliográfico e analisando a trajetória epistemológico-histórica o autor propõe um “diálogo” entre os significados das equações. Para Ribeiro e Cury (2015), ao utilizarmos atividades matemáticas que exploram padrões, sejam numéricos ou geométricos, além de propiciar conexões entre a Álgebra e a Geometria e, entre a Geometria e a Aritmética, temos a possibilidade de ampliação do conceito de equação. Além disso, possibilita-se a construção de diferentes caminhos e abordagens. A partir dessas diferentes concepções apresentadas, o autor propõe um “diálogo” entre os múltiplos significados das equações.

A oficina

A oficina ocorreu no dia 23 de novembro de 2017 (quinta-feira) no Laboratório de Ensino e Aprendizagem da Matemática (LEM), do Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes/campus Vitória. A oficina “Trilha Algébrica” foi realizada com 10 alunos de uma turma do curso técnico de Meio Ambiente, integrado, do Ifes – campus Vitória, sendo 05 meninas e 05 meninos. Para manter as suas identidades, os alunos serão identificados por A, B, C, D, E, F, G, H, I, J. Este jogo de trilha inicialmente foi elaborado por 4 alunos do ensino médio e reelaborado e construído por três professores/mestrandos na disciplina de Tópicos especiais em Matemática. As situações problemas foram construídas com intuito de estimular o desenvolvimento do pensamento algébrico e contemplando variadas dimensões e funções da Álgebra por meio de 42 questões envolvendo basicamente raciocínio lógico, sequências, padrões, equações e generalizações.

Para análise dos dados serão utilizados registros escritos dos participantes, observações realizadas pelos mestrandos em diário de bordo e gravações de imagens com áudio. A oficina teve início com apresentação dos materiais do jogo: a trilha algébrica confeccionada em material de banner, 2 peões, 1 dado, 1 ampulheta e bandeiras de cartolina para marcar questões acertadas pelas equipes. Entre as regras consideramos importante destacar que a equipe vencedora é a equipe que atravessar a linha de chegada com maior número de bandeiras ou respostas respondidas e explicadas corretamente. Esta regra contribuiu para que não se estabelecesse no jogo um caráter puramente aleatório, no entanto, percebe-se que a utilização do dado na trilha promove ludicidade que gera expectativa e motivação nos participantes em cada jogada.

Figura 1 – Apresentação da Trilha Algébrica



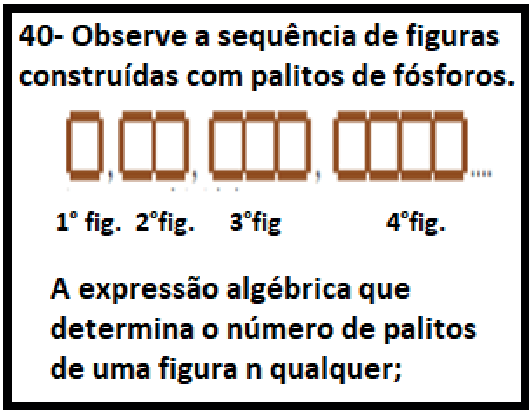
Fonte: Acervo pessoal dos pesquisadores, 2017.

Antes de iniciar o jogo a professora G começou a instigá-los sobre a diferença entre expressão algébrica e equação polinomial de 1º grau:

> [Professora T] No jogo de trilha serão tratados assuntos relacionados ao ensino da Álgebra tais como: raciocínio lógico, sequências, padrões, expressões algébricas, equações e generalizações.
>
> [Professora G] O nome do Jogo é Trilha Algébrica. Vocês sabem a diferença entre uma equação e uma expressão algébrica?
>
> [Aluno B] Uma equação tem o sinal de igualdade, já uma expressão algébrica não tem necessariamente o sinal de igualdade. Como, por exemplo, um monômio e um polinômio.
>
> [Professora G] Toda expressão matemática é algébrica? Como por exemplo: 3+2.4+5
>
> [Aluna A] Não tem que ter pelo menos uma incógnita? Ou uma variável.
>
> [Professora G] Isso. Então podemos iniciar nosso jogo.

No diálogo notamos uma das vantagens da utilização de jogos na sala de aula de matemática, proposta por Grando (2004), ao propiciar aos estudantes o desenvolvimento de conceitos e (re)significação de conceitos já aprendidos. Nos preocupamos na construção do jogo "Trilha algébrica" em não estabelecer uma visão redutora da Álgebra, desse modo, as questões intencionalmente formuladas buscavam propiciar relações entre Aritmética, Geometria e a Álgebra. Por outro lado, também nos atrelamos no olhar de Grando (2004; 2015) quando relata que não podemos ter falsas concepções de que devemos ensinar todos os conteúdos através de jogos. Desse modo, a utilização do jogo de trilha teve o objetivo de promover situações desencadeadoras de aprendizagem. Destacamos neste relato as questões que geraram discussão entre as equipes. Como segue a questão número 40, retirada da "Trilha Algébrica".

Figura 2 – Questão número 40 da trilha algébrica.

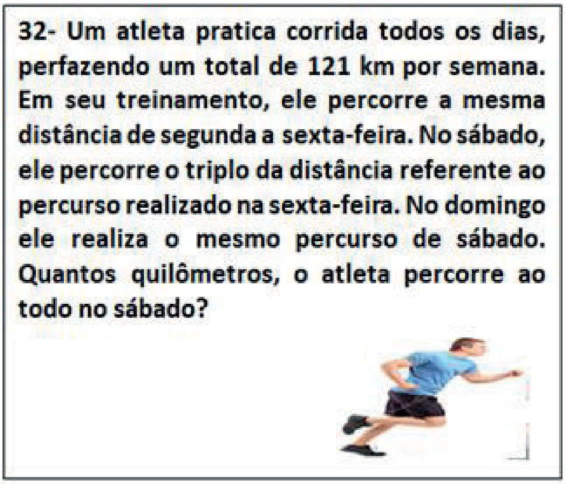


Fonte: Imenis e Lellis (2002).

> [Aluno C] A expressão algébrica da sequência de palitos será P=3n+1, sendo "P" o número total de palitos e "n" o número da figura.
>
> [Aluno F] A expressão algébrica P=3(n-1)+4 também determina o número de palitos da sequência.
>
> [Professora T] Será que podemos ter expressões algébricas diferentes para uma mesma sequência? As duas expressões são soluções da sequência de palitos? Por quê?
>
> [Aluno F] Claro. Se multiplicarmos 3 vezes "n" e 3 vezes -1 é igual a P=3n-3+4. Que é a mesma expressão P=3n+1.
>
> [Professora] Muito Bem! Todos compreenderam a explicação do aluno F.

Observamos que nesta situação os estudantes coletivamente observaram duas formas diferenciadas de generalização do padrão geométrico formado pela sequência de palitos. Uma característica do jogo é o aluno ser protagonista do processo de ensino e aprendizagem, neste caso o professor-orientador teve a função de mediar o jogo intencionalmente elaborado. Podemos inferir a partir de Moura (1992) e por meio de observações durante o jogo "Trilha Algébrica" que as situações propostas desencadeiam conhecimentos matemáticos que foram coletivamente explicitados propiciando novas aprendizagens. Observamos que desde as primeiras questões os estudantes interagiram com os colegas decidindo de forma coletiva as respostas das questões propostas. Na situação problema da Figura 3 observamos que, apesar do integrante da equipe descobrir por raciocínio lógico a resposta, ele desenvolve em registros mais formais a equação para confirmar a resposta encontrada.

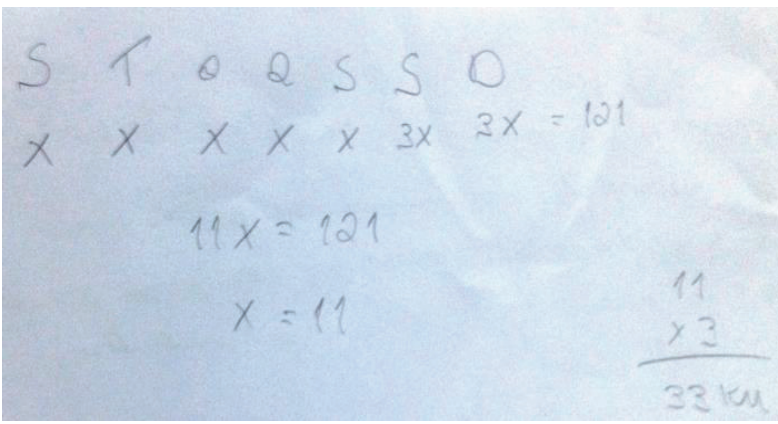
Figura 3 –Questão 32 da trilha algébrica


32- Um atleta pratica corrida todos os dias, perfazendo um total de 121 km por semana. Em seu treinamento, ele percorre a mesma distância de segunda a sexta-feira. No sábado, ele percorre o triplo da distância referente ao percurso realizado na sexta-feira. No domingo ele realiza o mesmo percurso de sábado. Quantos quilômetros, o atleta percorre ao todo no sábado?

Fonte: Imenis e Lellis, 2002.

Nesta atividade observamos que apesar de um integrante da equipe encontrar a resposta apenas desenvolvendo o pensamento algébrico a equipe resolveu utilizar registros mais formais para ter certeza da resposta.

Resolução da questão número 32 apresentada pela equipe Vermelha:



Ao término do jogo, pedimos para os alunos escreverem individualmente sobre a experiência com a "Trilha Algébrica", orientando-os da seguinte forma: Escreva uma carta de recomendação sobre este jogo para outros alunos que irão participar dessa oficina:

> [Aluno G] O jogo é uma maneira divertida de revisar conceitos algébricos, achei o jogo bem legal.
>
> [Aluno F] O jogo é interessante e divertido, trabalha a união e entrosamento da equipe, abordando questões das simples as mais complexas.
>
> [Professora A] É um jogo interessante, rápido e envolvente, pois não cansa. Promove uma competição saudável e é uma forma prática e dinâmica de revisar conteúdos de álgebra do ensino fundamental e o raciocínio lógico-matemático.
>
> [Aluno D] Eu achei o jogo bem interessante e muito importante para o pensamento lógico e rápido, cada questão induz pensar e pensar. Considerei as questões fáceis, as questões de sequência estavam mais difíceis, exigiam mais raciocínio.

Após esse registro escrito individual, solicitamos um momento de diálogo com os alunos para que pudéssemos ouvir o que acharam da oficina da trilha algébrica e de todo o contexto a que eles foram submetidos. De forma geral, os estudantes consideraram o jogo divertido e que ele apresenta uma forma dinâmica de mobilizar conhecimentos já vistos ou uma forma de aprender conhecimentos novos com os próprios colegas.

Considerações finais

Consideramos que a atividade intitulada "Jogo de Trilha Algébrica" desenvolvida pelos mestrandos com os alunos do 1º ano do ensino médio Ifes no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) ampliou as discussões teóricas, práticas e metodológicas sobre a utilização de jogos na perspectiva didática.

Os mestrandos observaram que o jogo "Trilha Algébrica", além de estimular o desenvolvimento do pensamento algébrico nos estudantes, promoveu a interação, a coletividade, a (re)significação de conceitos já aprendidos e a aprendizagem de novos conhecimentos.

Acreditamos que o jogo como instrumento de ensino pode auxiliar os professores em suas atividades em sala de aula, pois além de ser uma atividade lúdica para os estudantes, se o jogo for dinâmico e tiver objetivo estabelecido pelo professor, ele pode favorecer o desencadeamento de resolução de problemas e possíveis apropriações dos alunos de conhecimentos construídos pela humanidade.

Referências

BRASIL. MEC. SEF. Tecnologias da comunicação e informação. **Parâmetros curriculares nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Introdução aos parâmetros curriculares nacionais (5ª parte). Brasília: MEC/SEF, 1998, p. 133-157.

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. 1. ed. 4. reimpressão. São Paulo: Paulus, 2004.

GRANDO, R. C. Recursos didáticos na educação matemática: jogos e materiais manipulativos. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, V. 05, N. 02, p. 393-416, Outubro, 2015.

IMENES, L. M. P.; LELLIS, M. C. T. **Matemática para todos**: 6ª série, 3º ciclo. São Paulo: Scipione, 2002.

LINS, R. C. A framework for understanding what algebraic thinking is. Tese (Doctor of Philosophy) – School of Education, University of Nothingam, Nothingam, UK: 1992.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e a álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

MOURA, M. O. **O jogo e a construção do conhecimento Matemático**. O jogo e a construção do conhecimento na pré-escola. Série Ideias, 10. São Paulo: Fundação para o Desenvolvimento da Educação, 1992.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. (Publicado originalmente em 1945).

RIBEIRO, A. J; CURY, H. N. Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função. Belo Horizonte: Autêntica, 2015, p. 126.

Dados dos autores

Alex Jordane

Professor de matemática do Instituto Federal do Espírito Santo – IFES/ Campus Vitória, atuando na licenciatura em matemática e no mestrado e doutorado profissional em Educação de Ciências e Matemática EDUCIMAT. Pós doutorado pela Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ. Doutor em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo e mestre em Educação pela Universidade Federal de Minas Gerais. Integra o Grupo de Pesquisas em Práticas Pedagógicas de Matemática (Grupem-Ifes).
Email: alex.jordane@gmail.com

Alexandre Kruger Zocolotti

Licenciado em Matemática pelo Centro de Ensino Superior Anísio Teixeira, Mestre em Ensino de Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais e Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Atualmente é professor efetivo do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (IFES) – Campus Vitória, onde atua em turmas do Ensino Médio e da Licenciatura em Matemática.
Email: akruger.vix@gmail.com

Anna Christina Alcoforado Corrêa

Pedagoga do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes), campus Vitória, mestre em Educação em Ciências e Matemática (2013) pelo Programa Educimat/Ifes e graduada em Pedagogia pela Universidade Federal do Espírito Santo – Ufes. Participa do Grupo de Pesquisas em Práticas Pedagógicas de Matemática (Grupem-Ifes) e pesquisa a temática Formação e Práticas Pedagógicas de Professores que ensinam na Educação Básica, na Educação de Jovens e Adultos e na Educação a Distância.
Email: acorrea@ifes.edu.br

Aparecida Ferreira Lopes

Docente de matemática do Sistema municipal de Educação de Vitória/ES e do município de Vila Velha/ES. Mestre em Educação em Ciências e Matemática (EDUCIMAT) do Instituto Federal do Espírito Santo e Graduada em Licenciatura plena em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo. Integra o grupo de pesquisa em práticas pedagógicas de matemática (Grupem) do Ifes, campus Vitória.
Email: cidalopeses@gmail.com

Ariel Wesley Soares

Docente de matemática do Sistema Municipal de Serra e do Sistema municipal de Vitória. Graduando no curso de Ciências Contábeis pela Universidade Federal do Espírito Santo. Formado em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (2019). Integra o Grupo de Pesquisa em Prática Pedagógica de Matemática – GRUPEM.
Email: awsfo@hotmail.com

Christiane da Silva Assis

Pedagoga do Instituto Federal do Espírito Santo – IFES/ Campus Guarapari. Formada em Pedagogia, com habilitação em Gestão Educacional, pela Universidade Federal do Espírito Santo – UFES. Especialista em Gestão Pública e Contábil pela Faculdade de Ciências Contábeis de Afonso Cláudio (2009) e Técnica em Processamento de Dados pelo Centro Federal de Educação Tecnológica – CEFET-ES – Colatina (2000). Integra o Grupo de Pesquisa Educação Básica e Educação Profissional (GEPEBE).
Email: christianea@ifes.edu.br

Dilza Côco

Professora da área de Educação do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), e atuação na Área de Ciências Sociais e Humanas nos cursos de Licenciatura em Matemática e nos Programas de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (EDUCIMAT) e Ensino de Humanidades (PPGEH). Doutora em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo/ UFES (2014); Mestre em Educação pela UFES (2006) e Licenciada em Pedagogia pela UFES (1997). Integra o Grupo de Estudos e Pesquisas Educação na Cidade e Humanidades (GEPECH) e o Grupo de Pesquisas em Práticas Pedagógicas de Matemática (Grupem), vinculado em ambos na linha de pesquisa formação de professores.
Email: dilzacoco@gmail.com

Emerson Clayton do Nascimento Miranda

Técnico em Assuntos Educacionais do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES). Mestre em Educação em Ciências e Matemática – EDUCIMAT pelo IFES, graduação em Administração pela FICAB – Faculdades Integradas Castelo Branco (2003), Participou do grupo de pesquisa em práticas pedagógicas em matemática (Grupem).
Email: emerson.ifes@gmail.com

Everton Murilo da Vitória Olario

Servidor público (assistente de alunos) do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes). Mestre em Educação em Ciência e Matemática (Educimat) do Ifes, graduado em Matemática pela Universidade de Uberaba (2013), graduação em Pedagogia pela Universidade Norte do Paraná (2010).
Email: murilo2276@gmail.com

Fabíola Barcelos Risso

Pedagoga na função de diretora escolar da rede estadual de ensino do Espírito Santo. Licenciada em pedagogia pela Universidade Federal do Espírito Santo.
Email: fabiolarisso@outlook.com

Fernando Campos Alves

Docente de matemática do Sistema Municipal de Ensino de Vitória/ES. Mestre em Educação em Ciências e Matemática pelo programa Educimat – Instituto Federal do Espírito Santo. Possui graduação em Engenharia Civil pela Fundação Educacional Rosemar Pimentel (1985) e graduação em Matemática pela Fundação Educacional Rosemar Pimentel (1986).
Email: fernandocamosalves@yahoo.com.br

Gisély de Abrêu Corrêa

Mestra em Educação, Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo-IFES (2017). Participou do Grupo de Pesquisas Educação Matemática, História e Diversidades (IFES), de 2015 a 2020, desenvolvendo estudos relacionados à síndrome de Down e matemática na perspectiva da Teoria da Formação Planejada das Ações Mentais e dos Conceitos. Graduada em Pedagogia pela Universidade Federal do Espírito Santo – UFES (1994). Atualmente é coordenadora pedagógica do Colégio Marista Nossa Senhora da Penha.
Email: giselyacorrea@gmail.com

Glaziéla Vieira Frederich

Docente de matemática do Sistema Municipal de Ensino de Vitória e do município de Cariacica. Mestra em Educação em Ciências e Matemática pelo Educimat do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes). Graduada em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (Ufes) e em Pedagogia pelo Instituto de Educação e Tecnologia.
Emial: glazi.frederich@gmail.com

Joelma dos Santos Rocha Trancoso

Docente do Sistema Municipal de Ensino de Serra/ES. Graduada em Pedagogia pela Universidade Federal do Espírito Santo – UFES. Mestra em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo – IFES. Participa do Grupo de Pesquisa “Educação das Relações Étnico-raciais: Estudos sobre corporeidade, Oralidade e Ancestralidade (Erê-Ecoa).
Email: jhoelmasrocha@gmail.com

Josias Dioni Bravim

Técnico em assuntos educacionais da Universidade Federal do Espírito Santo. Bacharel em Sistemas de Informação pela Faculdade Vitoriana de Tecnologia, Licenciado em Matemática pela Faculdade de Ciências da Bahia. Mestre em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo.
Email: jdbravim@gmail.com

Lauro Chagas e Sá

Docente de matemática do Instituto Federal do Espírito Santo/Campus Vila Velha. Licenciado em Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes, Mestre em Educação em Ciências e Matemática pelo Ifes e Doutorando pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UFRJ. Também atua como Coordenador Institucional do Programa de Residência Pedagógica do Ifes. Lidera o EMEP – Grupo de Pesquisa Educação Matemática e Educação Profissional.

Email: proflaurosa@gmail.com

Luciene Torezani

Técnica em assuntos educacionais do Instituto Federal do Espírito Santo/ Campus Cariacica. Mestre em Educação em Ciências e Matemática – Programa Educimat no Instituto Federal de Educação do Espírito Santo- Ifes ES. Possui graduação em Pedagogia pela Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Colatina (1999).

Email: lucimaiart@gmail.com

Maria Auxiliadora Vilela Paiva

Docente de matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, atuando na licenciatura em Matemática e no Mestrado profissional em Educação de Ciências e Matemática – EDUCIMAT e na Pós Graduação lato Sensu Práticas Pedagógicas para Professores. Formada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (1972), mestrado em Matemática pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada-IMPA (1980) e doutorado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro-PUC-RJ (1999) com ênfase em Ensino da Matemática. É líder do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática do ES- GEPEM-ES.
Email: vilelapaiva@gmail.com

Maria Edwirgem Ribeiro da Silva

Docente de matemática do Sistema Municipal de Ensino de Cariacica/ES. Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (1999) e Mestre em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (2016). Integra o Grupo de Estudos e Pesquisas em Recursos Didáticos de Matemática – ReDiMa.
Email: edwirgemribeiro@gmail.com

Nelson Victor Lousada Cade

Docente de matemática do sistema estadual de ensino do Espírito Santo. Mestre em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo – IFES.

Email: nvlcade@hotmail.com

Rafael Barbosa da Silva

Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES). Mestre em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (IFES). Professor e coordenador de área da rede pública estadual de ensino (SEDU).

Email: rafafrisa@hotmail.com

Rony Cláudio de Oliveira Freitas

Professor titular do Instituto Federal do Espírito Santo/Campus Vitória. Atua como docente na licenciatura em matemática, no Mestrado em Educação Profissional e Tecnológica – ProfEPT, no Mestrado e Doutorado em Educação em Ciências e Matemática (Educimat). Possui doutorado em Educação em 2010 e mestrado em Informática em 2004, ambos pela Universidade Federal do Espírito Santo e com pesquisas no campo da Educação Matemática. É vice-líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do Espírito Santo – GEPEM-ES.

Email: ronyfreitas@ifes.edu.br

Sabrine Costa Oliveira

Docente de matemática do Sistema Estadual de ensino do Espírito Santo. Licenciada em Matemática no Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (IFES, 2014) e pedagoga pelo Instituto de Educação e Tecnologias (INET, 2015). Mestre em Educação em Ciências e Matemática pelo Educimat (IFES, 2016). Integra o Grupo de Pesquisas em Práticas Pedagógicas de Matemática (Grupem-Ifes).

Email: binecosta@gmail.com

Sandra Aparecida Fraga da Silva

Professora do Instituto Federal do Espírito Santo – IFES/ Campus Vitória. Formada pela Universidade Federal do Espírito Santo em Licenciatura Plena em Matemática (2000), mestrado (2004) e doutorado (2009) em Educação. Estágio pós-doutoral na Universidade Federal de Santa Maria – UFSM. Líder do Grupo de Pesquisa em Prática Pedagógica em Matemática – GRUPEM e vice líder do Grupo de Estudos em Educação Matemática do Espírito Santo – GEEM-ES. Participante do Grupo de Estudos e Pesquisas em Atividade pedagógica – GEPAPe. Atualmente, bolsista Pesquisador Capixaba – FAPES.

Email: sandrafraga7@gmail.com

Tatiana Bonomo de Sousa

Atualmente, técnica pedagógica do Centro de Formação de Professores (CEFOPE) da Secretaria de Educação do Estado do Espírito Santo (SEDU-2019). Formada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (2004 – 2008), possui mestrado em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo – IFES. Integrante do grupo de pesquisa GEPEM-ES.
Email: tatibonomo@gmail.com

Vito Rodrigues Franzosi

Possui graduação em Engenharia da Computação – Scoula Universitaria Professionale della Svizzera Italiana (1999), graduação em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (2013) e mestrado em Mestrado em Educação, em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (2018). Atualmente é técnico em tecnologia da informação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo.
Email: vito.franzosi@gmail.com

Wanessa Coelho Badke

Licenciada em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (IFES, 2012). Mestre em Educação em Ciências e Matemática pelo IFES e membro do grupo de estudos Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do Espírito Santo – GEPEM-ES, do IFES.
Email: wanessabadke@gmail.com

Wasley Antonio Ronchetti

Mestre em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (IFES). Possui Licenciatura Plena em Matemática (2009) pela Universidade de Uberaba – UNIUBE e Licenciatura em Física (2012) pela Universidade Federal do Espírito Santo – UFES. Atualmente trabalha como Técnico Administrativo em Educação no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo – Campus Colatina.
Email: wasleyantonio@gmail.com

Yolanda Pinto dos Santos

Professora do Sistema municipal de ensino de Vitória e do município de Vila Velha. Formada pela Universidade Federal do Espírito Santo em Licenciatura Plena em Pedagogia (2011), Mestrado em Educação (2019) pelo Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes). Integra o Grupo de Pesquisa em Prática Pedagógica de Matemática – GRUPEM.
Email: yolandap.santos@hotmail.com